

Analiza matematyczna I, Wydział Nauk Ekonomicznych  
rok akademicki 2014/15, semestr zimowy  
II kolokwium, 16 stycznia 2015 r.

Imię i nazwisko .....

Nr indeksu .....

Nazwisko prowadzącego ćwiczenia.....

**UWAGA!** Test składa się z 10 równopunktowanych zadań (1 punkt za każde zadanie, następnie suma pomnożona przez  $3/2$  i zaokrąglona w górę do pełnych połówek punktów). Prosimy wpisywać tylko wyniki (bez obliczeń), brudnopisów prosimy nie oddawać. Czas pracy – 90 minut. Nie wolno używać kalkulatorów i innych elektronicznych urządzeń liczących!

1. Obliczyć sumę szeregu

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \right)^n .$$

.....

2. Znaleźć zbiór wszystkich parametrów  $\alpha \in \mathbb{R}$ , dla których zbieżny jest szereg

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^{\alpha}}{(3n)!} .$$

.....

3. Znaleźć promień zbieżności szeregu

$$\sum_{n=0}^{\infty} 2^{n^2 \sin \frac{1}{n}} x^n .$$

.....

4. Znaleźć funkcje  $f(g(f(x)))$  i  $g(f(g(x)))$ , jeśli  $f(x) = x^2 - 1$ ,  $g(x) = 3x + 2$ .

.....

5. Rozstrzygnąć, czy funkcja  $f : (1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{1-x}$

(a) przyjmuje maksimum (TAK / NIE) .....

(b) przyjmuje minimum (TAK / NIE) .....

(c) jest ściśle rosnąca (TAK / NIE) .....

ODWRÓCIĆ KARTKĘ!

6. Obliczyć granicę (być może niewłaściwą)

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos x}{(\sin 2x)^2}.$$

.....

7. Obliczyć granicę (być może niewłaściwą)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x^5}{1 - x}.$$

.....

8. Obliczyć granicę (być może niewłaściwą)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{\frac{1}{x}}.$$

.....

9. Znaleźć wszystkie pary liczb rzeczywistych  $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ ,  $b > 0$ , dla których funkcja  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dana wzorem

$$f(x) = \begin{cases} ax + 1 & \text{dla } x \leq 0 \\ \frac{\ln(1+bx)}{x} & \text{dla } x > 0 \end{cases}$$

jest ciągła.

.....

10. Niech  $f : (0, \pi) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (\sin x)^{\cos x}$ .

(a) Obliczyć  $f'(x)$ .

.....

(a) Znaleźć  $f'\left(\frac{2}{3}\pi\right)$ .

.....