

Analiza matematyczna na Wydziale Nauk Ekonomicznych  
rok akademicki 2010/11, semestr zimowy  
II kolokwium, drugi termin, 26 stycznia 2011 r.

Imię i nazwisko .....

Numer indeksu .....

Nazwisko prowadzącego ćwiczenia .....

**UWAGA!** W każdym kwadracie należy wpisać **T** (tak) lub **N** (nie), w zależności od tego, które stwierdzenie jest prawdziwe lub fałszywe. Każdy z czterech podpunktów zadania może być prawdziwy lub fałszywy niezależnie od pozostałych. Za każdy poprawnie wypełniony kwadrat otrzymuje się 0,5 punktu (max. 20 punktów). Dodatkowo, za każde poprawne wypełnienie wszystkich czterech podpunktów zadania otrzymuje się 1 punkt bonusowy (max. 10 dodatkowych punktów).

1. Szereg  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[n]{n}}$  jest:

- ☐ zbieżny, a jego suma jest liczbą dodatnią,
- ☐ zbieżny, a jego suma jest liczbą ujemną,
- ☐ zbieżny warunkowo,
- ☐ zbieżny bezwzględnie.

2. Szereg  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n^{\pi}}$  jest:

- ☐ zbieżny,
- ☐ rozbieżny,
- ☐ zbieżny na podstawie kryterium d'Alemberta,
- ☐ rozbieżny na podstawie kryterium porównawczego.

3. Szereg  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(ex)^n}{n!}$  jest:

- ☐ zbieżny dla wszystkich  $x \in \mathbb{R}$ ,
- ☐ zbieżny dla wszystkich  $x \in \left(-\frac{1}{e}, \frac{1}{e}\right)$ ,
- ☐ rozbieżny dla  $x = \frac{2}{e}$ ,
- ☐ rozbieżny dla wszystkich  $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

4. Szereg

$$\frac{2^1 + 1}{3^1 - 1} - \frac{2^2 + 1}{3^2 - 1} - \frac{2^3 + 1}{3^3 - 1} + \frac{2^4 + 1}{3^4 - 1} - \frac{2^5 + 1}{3^5 - 1} - \frac{2^6 + 1}{3^6 - 1} + \frac{2^7 + 1}{3^7 - 1} - \frac{2^8 + 1}{3^8 - 1} - \frac{2^9 + 1}{3^9 - 1} + \dots$$

jest:

- ☐ zbieżny warunkowo,
- ☐ zbieżny bezwzględnie,
- ☐ rozbieżny, przy czym ciąg sum częściowych zbiega do  $+\infty$ ,
- ☐ rozbieżny, przy czym ciąg sum częściowych zbiega do  $-\infty$ .

**ODWRÓCIĆ KARTKĘ!**

5. Granica  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(2 + \frac{1}{x}\right)^x$  jest:

- ☐ równa  $+\infty$ ,
- ☐ równa  $e^2$ ,
- ☐ równa  $e$ ,
- ☐ równa 0.

6. Funkcja  $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{\cos x}{x}$  ma:

- ☐ skończone granice jednostronne przy  $x \rightarrow 0^+$  i  $x \rightarrow 0^-$ ,
- ☐ nieskończone granice jednostronne przy  $x \rightarrow 0^+$  i  $x \rightarrow 0^-$ ,
- ☐ skończoną granicę przy  $x \rightarrow 0$ ,
- ☐ nieskończoną granicę przy  $x \rightarrow 0$ .

7. Niech  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} ax + b & \text{dla } x \leq 0 \\ x^{cx} & \text{dla } x > 0 \end{cases}$  dla pewnych  $a, b, c \in \mathbb{R}$ . Wtedy:

- ☐ dla  $a = b = 0$  istnieje  $c$  takie, że funkcja  $f$  jest ciągła w punkcie  $x = 0$ ,
- ☐ dla każdych  $a, c$  istnieje  $b$  takie, że funkcja  $f$  jest ciągła w punkcie  $x = 0$ ,
- ☐ istnieje  $a$  takie, że dla każdych  $b, c$  funkcja  $f$  jest ciągła w punkcie  $x = 0$ ,
- ☐ istnieje  $b$  takie, że dla każdych  $a, c$  funkcja  $f$  jest ciągła w punkcie  $x = 0$ .

8. Niech  $f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  będzie funkcją ciągłą. Wtedy funkcja  $f$ :

- ☐ zawsze jest nieograniczona,
- ☐ zawsze osiąga minimum,
- ☐ zawsze ma skończoną granicę prawostronną przy  $x \rightarrow 0^+$ ,
- ☐ zawsze ma nieskończoną granicę przy  $x \rightarrow +\infty$ .

9. Wykres funkcji  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^{\arctg x}$  w punkcie  $(0, 1)$ :

- ☐ ma styczną o równaniu  $y = x$ ,
- ☐ ma styczną o równaniu  $y = e^{\arctg 0}x + 1$ ,
- ☐ ma styczną o równaniu  $y - 1 = x$ ,
- ☐ nie ma stycznej.

10. Pochodna funkcji  $f : \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{\sin x}{\cos x}$  w punkcie  $x$  jest równa:

- ☐  $\frac{\cos x}{\sin^2 x}$ ,
- ☐  $-\frac{\sin x}{\cos^2 x}$ ,
- ☐  $-\frac{1}{\cos^2 x}$ ,
- ☐  $1 + \operatorname{tg}^2 x$ .