

Imię i nazwisko

Numer indeksu

Nazwisko prowadzącego ćwiczenia

I kolokwium z AM1, termin dodatkowy

Test składa się z 15 równopunktowanych zadań, po 1 punkcie za zadanie.

Prosimy wpisywać tylko wyniki, bez obliczeń, brudnopisów prosimy nie oddawać.

Czas pracy – 90 minut. Nie wolno używać kalkulatorów!

Powodzenia!

1. Podaj wzór – w postaci funkcji zmiennej $n \in \mathbb{N}$ – na wyraz ogólny ciągu $a_n = 1 \cdot 4 + 4 \cdot 7 + \dots + (3n - 2) \cdot (3n + 1)$.

$a_n = \dots$

2. Podaj wzór – w postaci funkcji zmiennej $n \in \mathbb{N}$ – na wyraz ogólny ciągu $a_n = \frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{(3n - 2) \cdot (3n + 1)}$.

$a_n = \dots$

3. W grupie liczącej 27 studentów każdy student ma dwa lub trzy telefony komórkowe. Każdy telefon jest albo srebrny, albo szary albo czarny. Wiadomo, że 21 studentów ma srebrny telefon, 15 studentów ma szary telefon i 20 studentów ma czarny telefon. Ilu studentów ma trzy telefony?

.....

4. W przytoczonej niżej częściowej tabelce wartości pewnej funkcji postaci $y(x) = |a(x - b)|^3$, nie wszystkie wartości podane są poprawnie.

x	-1	0	1	2	3
$y(x)$	8	1	1	1	8

Jaka jest największa możliwa liczba wartości $y(x)$ podanych poprawnie w tej tabelce?

.....

5. Oblicz wartość wyrażenia $x^3 + y^3$, jeżeli wiadomo że $x + y = 6$, $xy = 7$.

.....

6. Wychodząc od ceny wyjściowej, cena pewnego towaru w kolejnych tygodniach: wzrosła o 10%, zmalała o 20%, wzrosła o 20%, wzrosła o 10% i zmalała o 20%. Czy końcowa cena towaru jest mniejsza, większa, czy równa cenie wyjściowej?

.....

7. Rozwiązać nierówność

$$\sin^2 x < \cos^2 x.$$

.....

8. Znaleźć największy wyraz ciągu $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, jeśli $a_n = \frac{1}{2^{n-2} + 2^{2-n}}$.

$a_{\max} = \dots\dots\dots$

9. Znaleźć najmniejsze n_0 takie, że dla każdego $n \geq n_0$ zachodzi $a_{n+1} > a_n$, jeśli

$$a_n = \left(\frac{n^3 - 100}{n^3} \right)^{n^3}.$$

$n_0 = \dots\dots\dots$

10. Znaleźć najmniejsze n_0 takie, że dla każdego $n \geq n_0$ zachodzi $a_n > 2$, jeśli $a_n = \ln(4n^2 - 1) - \ln(2n - 1)$.

$n_0 = \dots\dots\dots$

Oblicz granicę – być może niewłaściwą – ciągu (a_n) , jeśli:

11. $a_n = \sqrt[3]{n^3 + n^2 - n} - \sqrt[3]{n^3 - n^2 + n}$.

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \dots\dots\dots$

12. $a_n = \frac{\binom{2n}{2n-2}}{1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n-1)^2}$.

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \dots\dots\dots$

13. $a_n = \frac{(n^2)!}{(n!)^2}$.

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \dots\dots\dots$

14. $a_n = \left(\frac{2n^2 - n}{2n^2 + n + 2} \right)^{2n}$.

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \dots\dots\dots$

15. Znaleźć granicę ciągu (a_n) zdefiniowanego rekurencyjnie:

$$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = 2 + \frac{1}{a_n}.$$

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \dots\dots\dots$