

Analiza matematyczna I, Wydział Nauk Ekonomicznych  
rok akademicki 2022/23, semestr zimowy  
II kolokwium, 20 stycznia 2023 r.

Imię i nazwisko .....

Nr indeksu ..... Nazwisko prowadzącego ćwiczenia .....

**UWAGA!** Test składa się z 13 zadań (przy każdym zadaniu wskazano liczbę punktów przyznawanych za poprawną odpowiedź). Prosimy wpisywać tylko wyniki (bez obliczeń), brudnopisów prosimy nie oddawać. Czas pracy – 90 minut. Nie wolno używać kalkulatorów!

1. (1 pkt.) Obliczyć granicę być może niewłaściwą lub wpisać NIE ISTNIEJE w przypadku, gdy nie istnieje granica

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{3 - \sqrt{x+9}}.$$

.....

2. (1 pkt.) Obliczyć pochodną (być może niewłaściwą) funkcji

$$f(x) = 10\sqrt[5]{x^3} - \sqrt{x^7} + 6\sqrt[3]{x^8} - 3$$

w punkcie  $x_0 = 1$ .

.....

3. (2 pkt.) Szereg  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n^2 + n + 1}$  jest.

(a) zbieżny (TAK / NIE) .....

(b) zbieżny bezwzględnie  
(TAK / NIE) .....

(c) zbieżny warunkowo (TAK / NIE) .....

(d) rozbieżny (TAK / NIE) .....

4. (1,5 pkt.) Znaleźć wszystkie trójki liczb rzeczywistych  $(a, b, c) \in \mathbb{R}^3$  takie, że funkcja  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dana wzorem

$$f(x) = \begin{cases} \frac{ax^2+b}{x^2-3x+2} & \text{dla } x > 1 \\ c & \text{dla } x = 1 \\ \frac{x^3-5x+4}{x^3-1} & \text{dla } x < 1 \end{cases}$$

jest ciągła.

.....

ODWRÓCIĆ KARTKĘ!

5. (1 pkt.) Obliczyć pochodną (być może niewłaściwą) funkcji  $f(x) = \operatorname{tg}(\arcsin x)$  w punkcie  $x_0 = \frac{1}{2}$ .

.....

6. (1 pkt.) Obliczyć sumę szeregu

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1}{3^n}.$$

.....

7. (1 pkt.) Obliczyć  $(f^{-1})'(5)$  jeśli  $f(x) = x^3 + 3x + 1$ .

.....

8. (1 pkt.) Obliczyć granicę być może niewłaściwą lub wpisać NIE ISTNIEJE w przypadku, gdy nie istnieje granica

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{|x+1|}.$$

.....

9. (1,5 pkt.) Wyznaczyć zbiór  $x \in \mathbb{R}$ , dla których zbieżny jest szereg

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left( \frac{x}{3} - 1 \right)^n$$

.....

10. (1 pkt.) Wskazać przedziały, w których rosnąca jest funkcja  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  określona wzorem  $f(x) = 6 + 40x^3 - 5x^4 - 4x^5$ .

.....

11. (1 pkt.) Obliczyć granicę być może niewłaściwą lub wpisać NIE ISTNIEJE w przypadku, gdy nie istnieje granica

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4}.$$

.....

12. (1 pkt.) Obliczyć współrzędną  $\tilde{y}$  punktu  $(\tilde{x}, \tilde{y})$  należącego do prostej stycznej w punkcie  $x_0 = 2$  do wykresu funkcji  $f(x) = x^x$ , jeśli  $\tilde{x} = 1$ .

.....

13. (1 pkt.) Obliczyć pochodną (być może niewłaściwą) funkcji  $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  danej wzorem

$$f(x) = \frac{4x^3 - 7x + 8}{x}.$$

.....