

Analiza matematyczna I, Wydział Nauk Ekonomicznych
rok akademicki 2013/14, semestr zimowy
II kolokwium, 17 stycznia 2014 r.

Imię i nazwisko

Nr indeksu Nazwisko prowadzącego ćwiczenia

UWAGA! Test składa się z 10 równopunktowanych zadań (1 punkt za każde zadanie, suma pomnożona przez $3/2$ i zaokrąglona w górę do pełnych połówek punktów). Prosimy wpisywać tylko wyniki (bez obliczeń), brudnopisów prosimy nie oddawać. Czas pracy – 90 minut. Nie wolno używać kalkulatorów!

1. Obliczyć sumę szeregu

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3^2} - \frac{2}{2^2} + \frac{1}{3^3} - \frac{3}{2^3} + \cdots + \frac{1}{3^n} - \frac{n}{2^n} + \cdots .$$

.....

2. Znaleźć zbiór wszystkich punktów $x \in \mathbb{R}$, dla których zbieżny jest szereg

$$\sum_{n=1}^{\infty} (\ln n) x^n .$$

.....

3. Znaleźć promień zbieżności szeregu

$$1 + \frac{2x}{1!} + \frac{3^2 x^2}{2!} + \frac{4^3 x^3}{3!} + \cdots + \frac{(n+1)^n x^n}{n!} + \cdots .$$

.....

4. Niech $f(x) = x e^{\frac{1}{x}}$ dla $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Obliczyć:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \dots\dots\dots \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \dots\dots\dots$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \dots\dots\dots \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \dots\dots\dots$$

5. Obliczyć granicę

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(2 + 2^x)}{\ln(3 + 3^x)} .$$

.....

6. Znaleźć wszystkie pary liczb rzeczywistych $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ takie, że funkcja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dana wzorem

$$f(x) = \begin{cases} a \sin \frac{b}{x} & \text{dla } x < 0 \\ \sin^2(ax + b) + b^2 & \text{dla } x \geq 0 \end{cases}$$

jest ciągła.

.....

ODWRÓCIĆ KARTKĘ!

7. Znaleźć wszystkie punkty nieciągłości funkcji $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^n}{1 + x^n}.$$

.....

8. Rozstrzygnąć, czy funkcja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\arctg x}{e^x}$

(a) jest ograniczona z dołu (TAK / NIE)

(b) przyjmuje maksimum (TAK / NIE)

(c) przyjmuje wartość 1 (TAK / NIE)

(d) przyjmuje wartość -1 (TAK / NIE)

9. Znaleźć równanie stycznej do wykresu funkcji $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln \left(\arctg \frac{2x}{1+x^2} \right)$ w punkcie $\left(1, \ln \frac{\pi}{4} \right)$.

.....

10. Znaleźć wszystkie punkty przecięcia wykresów funkcji $f(x) = x^x$ i $g(x) = x^2$ dla $x > 0$ i obliczyć kąty, pod którymi przecinają się styczne do wykresów funkcji f i g w tych punktach.

.....