

**Analiza matematyczna I, Wydział Nauk Ekonomicznych**  
**rok akademicki 2022/23, semestr zimowy**  
**I kolokwium, 25 listopada 2022 r.**

Imię i nazwisko .....

Nr indeksu .....

Nazwisko prowadzącego ćwiczenia.....

**UWAGA! Przy każdym poleceniu wskazano liczbę punktów przyznawaną za podanie poprawnej odpowiedzi. Prosimy wpisywać tylko wyniki (bez obliczeń), brudnopisów prosimy nie oddawać. Czas pracy – 90 minut. Nie wolno używać kalkulatorów i innych elektronicznych urządzeń liczących!**

**1.** (1 pkt) Wyznaczyć najmniejszy wyraz (proszę podać wartość, a nie indeks) ciągu  $a_n = |n^3 - \frac{5}{2}n^2 - 18n|$ .

.....

**2.** Inwestor umieścił kwotę 1000 na rocznej lokacie, w której obowiązuje nominalna stopa procentowa 10% (w skali roku) w pierwszym półroczu oraz nominalna stopa procentowa 20% (w skali roku) w drugim półroczu.

a) (1 pkt) Wyznaczyć efektywną roczną stopę procentową w przypadku, gdy odsetki nie są kapitalizowane.

.....

**3.** (1 pkt) Obliczyć

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{9 + n^2}{4n^2}}.$$

.....

**4.** (1 pkt) Obliczyć

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (n + 1)[\ln(n + 1) - \ln(n + 2)].$$

.....

**5.** Niech  $a_1 = 2$  oraz  $a_{n+1} = \frac{1}{4}a_n + \frac{3}{4}$  dla  $n \in \mathbb{N}$ .

a) (1 pkt) Znaleźć wzór na  $a_n$  w postaci funkcji zmiennej  $n$ .

.....

b) (1 pkt) Obliczyć  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ .

.....

**ODWRÓCIĆ KARTKĘ!**

6. (1 pkt) Napisać równanie elipsy, do której należą punkty, których suma odległości od ognisk  $(1, 0)$  i  $(5, 0)$  wynosi 10.

.....

7. (1 pkt) Obliczyć wartość wyrażenia  $x^3 + \frac{1}{x^3}$ , jeżeli wiadomo, że  $x - \frac{1}{x} = 3$ .

.....

8. (1 pkt) Podać wzór na  $a_n$ , w postaci wielomianu zmiennej  $n \in \mathbb{N}$ , jeżeli:

$$a_n = 4 \cdot 8 + 9 \cdot 13 + \dots + (5n - 1) \cdot (5n + 3).$$

$$a_n = \dots\dots\dots$$

9. (1 pkt) Znaleźć wszystkie rzeczywiste rozwiązania równania  $\sqrt{3} \sin x - \sin(2x) = 0$

.....

10. (1 pkt) Obliczyć

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n+1}{2n-3} \right)^{3n}.$$

.....

11. (1 pkt) Wyznaczyć rzeczywiste pierwiastki wielomianu  $2x^5 + 2x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 4x$ .

.....

12. (1 pkt) Wyznaczyć kres górny  $\sup A$  oraz kres dolny  $\inf A$  zbioru

$$A = \left\{ \frac{n}{n+m} : m, n \in \mathbb{N} \right\}$$

$$\sup A = \dots\dots\dots \inf A = \dots\dots\dots$$

13. (1 pkt) Wyznaczyć kres górny  $\sup A$  oraz kres dolny  $\inf A$  zbioru

$$A = \left\{ \frac{n}{m} : m, n \in \mathbb{N} \text{ oraz } n + m \leq 10 \right\}$$

$$\sup A = \dots\dots\dots \inf A = \dots\dots\dots$$

b) (1 pkt) Obliczyć końcową wartość inwestycji w przypadku, gdy odsetki są kapitalizowane półrocznie.

.....