

**Analiza matematyczna I, Wydział Nauk Ekonomicznych**  
**rok akademicki 2014/15, semestr zimowy**  
**I kolokwium, 21 listopada 2014 r.**

Imię i nazwisko .....

Nr indeksu .....

Nazwisko prowadzącego ćwiczenia .....

**UWAGA! Test składa się z 15 równopunktowanych zadań (1 punkt za każde zadanie). Prosimy wpisywać tylko wyniki (bez obliczeń), brudnopisów prosimy nie oddawać. Czas pracy – 90 minut. Nie wolno używać kalkulatorów i innych elektronicznych urządzeń liczących!**

1. Podać wzór, w postaci wielomianu zmiennej  $n \in \mathbb{N}$ , na wyraz ogólny ciągu

$$a_n = 5 \cdot 7 + 7 \cdot 9 + \dots + (2n + 3) \cdot (2n + 5).$$

$a_n =$  .....

2. Obliczyć wartość wyrażenia  $\binom{101}{0} + \binom{101}{1} + \dots + \binom{101}{50}$ .

.....

3. W pewnej klasie 14 uczniów zaliczyło sprawdzian z matematyki, 15 uczniów zaliczyło sprawdzian z fizyki, a 11 uczniów zaliczyło sprawdzian z chemii, przy czym 13 uczniów zaliczyło przynajmniej dwa sprawdziany, a 2 uczniów zaliczyło wszystkie trzy sprawdziany. Ilu uczniów zaliczyło co najmniej jeden sprawdzian?

.....

4. Obliczyć wartość  $x^4 + \frac{1}{x^4}$  jeżeli wiadomo, że  $x - \frac{1}{x} = 4$ .

.....

5. Rozwiązać nierówność

$$|x^2 - 5x + 6| + |x^2 - 4| \leq -(x - 2)^2.$$

.....

6. Lokata  $A$  ma nominalne oprocentowanie 6% w skali roku, przy miesięcznej kapitalizacji odsetek. W lokacie  $B$  odsetki kapitalizowane są co kwartał. Przy jakim nominalnym oprocentowaniu w skali roku lokata  $B$  jest korzystniejsza dla klienta niż lokata  $A$ ?

.....

7. Cena towaru  $A$  spadła 6 razy o 10%, a cena towaru  $B$  spadła 3 razy o 5% i 3 razy o 15%. Czy spadek ceny towaru  $A$  był większy, mniejszy, czy taki sam jak spadek ceny towaru  $B$ ?

.....

**ODWRÓCIĆ KARTKĘ!**

8. Dany jest ciąg geometryczny  $a_n$ ,  $n \in \mathbb{N}$ , o którym wiadomo, że jego pierwszy wyraz jest dodatni, a suma trzech pierwszych wyrazów jest o 12,5% większa od sumy wszystkich wyrazów. Jaki jest iloraz tego ciągu?

.....

9. Znaleźć najmniejszą wartość wyrazu ciągu  $a_n$ ,  $n \in \mathbb{N}$ , jeśli

$$a_n = \left[ \sqrt[3]{3n^2 - 36n + 60} \right],$$

gdzie  $[x]$  oznacza największą liczbę całkowitą nie większą niż  $x$ .

.....

10. Znaleźć najmniejsze  $n_0 \in \mathbb{N}$  takie, że dla każdej naturalnej liczby  $n$  większej niż  $n_0$  zachodzi  $a_{n+1} > a_n$ , gdzie

$$a_n = |n^2 - 10n + 7|.$$

.....

Obliczyć granicę (być może niewłaściwą) ciągu  $a_n$ , jeśli:

$$11. a_n = \frac{\binom{3n}{3}}{\binom{2n}{2}} \qquad \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \dots$$

$$12. a_n = \sqrt{n + 2014} - \sqrt{n - 2013} \qquad \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \dots$$

$$13. a_n = (3 - \sin n)^n \qquad \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \dots$$

$$14. a_n = \left( \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1} \right)^{n(n-1)} \qquad \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \dots$$

$$15. a_n = \left( \frac{2 + e^{\frac{1}{n}}}{3} \right)^n \qquad \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \dots$$