

Analiza matematyczna na Wydziale Nauk Ekonomicznych
rok akademicki 2010/11, semestr zimowy
II kolokwium, 14 stycznia 2011 r.

Imię i nazwisko

Numer indeksu

Nazwisko prowadzącego ćwiczenia

UWAGA! W każdym kwadracie należy wpisać **T** (tak) lub **N** (nie), w zależności od tego, które stwierdzenie jest prawdziwe lub fałszywe. Każdy z czterech podpunktów zadania może być prawdziwy lub fałszywy niezależnie od pozostałych. Za każdy poprawnie wypełniony kwadrat otrzymuje się 0,5 punktu (max. 20 punktów). Dodatkowo, za każde poprawne wypełnienie wszystkich czterech podpunktów zadania otrzymuje się 1 punkt bonusowy (max. 10 dodatkowych punktów).

1. Szereg $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n^3} \right)$ jest:

- ☐ rozbieżny, przy czym ciąg sum częściowych zbiega do $+\infty$,
- ☐ rozbieżny, przy czym ciąg sum częściowych zbiega do $-\infty$,
- ☐ zbieżny warunkowo,
- ☐ zbieżny bezwzględnie.

2. Szereg $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2 + (-1)^n}{e} \right)^n$ jest:

- ☐ zbieżny na podstawie kryterium o szeregach tego samego rzędu,
- ☐ rozbieżny na podstawie kryterium o zagęszczaniu,
- ☐ zbieżny na podstawie kryterium porównawczego,
- ☐ zbieżny na podstawie kryterium Leibniza.

3. Szereg $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} n! x^n$ jest:

- ☐ zbieżny dla wszystkich $x \in \mathbb{R}$ na podstawie kryterium Leibniza,
- ☐ zbieżny dla wszystkich $x \in \mathbb{R}$ na podstawie kryterium Dirichleta,
- ☐ rozbieżny dla wszystkich $x \in (-\infty, -e)$,
- ☐ rozbieżny dla wszystkich $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

4. Szereg

$$-\frac{1}{1^2} + \frac{1}{1^2 + 1} + \frac{1}{1^2 + 2} - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^2 + 1} + \frac{1}{2^2 + 2} - \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^2 + 1} + \frac{1}{3^2 + 2} - \dots$$

jest:

- ☐ zbieżny warunkowo,
- ☐ zbieżny bezwzględnie,
- ☐ rozbieżny, przy czym ciąg sum częściowych zbiega do $+\infty$,
- ☐ rozbieżny, przy czym ciąg sum częściowych zbiega do $-\infty$.

ODWRÓCIĆ KARTKĘ!

5. Granica prawostronna $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1+x}{1-x} \right)^{\frac{1}{|x|}}$ jest:

- ☐ równa $+\infty$,
- ☐ równa 1,
- ☐ taka sama, jak granica lewostronna $\lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{1+x}{1-x} \right)^{\frac{1}{|x|}}$,
- ☐ większa od e .

6. Funkcja $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^{-\frac{2}{x-1}}$ ma:

- ☐ skończoną granicę prawostronną przy $x \rightarrow 1^+$,
- ☐ skończoną granicę lewostronną przy $x \rightarrow 1^-$,
- ☐ skończoną granicę przy $x \rightarrow 1$,
- ☐ nieskończoną granicę przy $x \rightarrow 1$.

7. Niech $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \frac{\operatorname{tg} ax}{x} & \text{dla } x < 0 \\ bx + c & \text{dla } x \geq 0 \end{cases}$ dla pewnych $a, b, c \in \mathbb{R}$. Wtedy:

- ☐ dla $a = b = 1$ istnieje c takie, że funkcja f jest ciągła w punkcie $x = 0$,
- ☐ dla każdych a, c istnieje b takie, że funkcja f jest ciągła w punkcie $x = 0$,
- ☐ dla każdego b istnieją a, c takie, że funkcja f jest ciągła w punkcie $x = 0$,
- ☐ istnieją a, c takie, że dla każdego b funkcja f jest ciągła w punkcie $x = 0$.

8. Niech $f : [\pi, 2\pi) \rightarrow \mathbb{R}$ będzie funkcją ciągłą. Wtedy funkcja f :

- ☐ zawsze jest ograniczona,
- ☐ zawsze osiąga minimum,
- ☐ zawsze ma skończoną granicę prawostronną przy $x \rightarrow \pi^+$,
- ☐ zawsze ma skończoną granicę lewostronną przy $x \rightarrow 2\pi^-$.

9. Niech $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = |x| \sin x$. Wtedy:

- ☐ istnieje pochodna $f'(1)$,
- ☐ istnieje pochodna $f'(0)$,
- ☐ dla każdego $x \in \mathbb{R}$ istnieje pochodna prawostronna $f'_+(x)$,
- ☐ dla każdego $x \in \mathbb{R}$ istnieje pochodna lewostronna $f'_-(x)$.

10. Pochodna funkcji $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^{\sin x}$ w punkcie x jest równa:

- ☐ $\sin x \cdot x^{\sin x - 1}$,
- ☐ $\sin x \cdot \cos x \cdot x^{\sin x - 1}$,
- ☐ $\ln x \cdot x^{\sin x}$,
- ☐ $\ln x \cdot \cos x \cdot x^{\sin x}$.