

Analiza matematyczna I, Wydział Nauk Ekonomicznych
rok akademicki 2013/14, semestr zimowy
I kolokwium, 22 listopada 2013 r.

Imię i nazwisko.....

Nr indeksu Nazwisko prowadzącego ćwiczenia

UWAGA! Test składa się z 15 równopunktowanych zadań, po 1 punkcie za każde zadanie. Prosimy wpisywać tylko wyniki (bez obliczeń), brudnopisów prosimy nie oddawać. Czas pracy – 90 minut. Nie wolno używać kalkulatorów!

1. Podaj wzór – w postaci funkcji zmiennej $n \in \mathbb{N}$ – na wyraz ogólny ciągu

$$a_n = 2 \cdot 5 + 5 \cdot 8 + \dots + (3n - 1) \cdot (3n + 2).$$

$a_n =$

2. Podaj wzór – w postaci funkcji zmiennej $n \in \mathbb{N}$ – na wyraz ogólny ciągu

$$a_n = \frac{1}{2 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 8} + \dots + \frac{1}{(3n - 1) \cdot (3n + 2)}.$$

$a_n =$

3. W grupie 30 studentów każdy student ma zdane dwa lub trzy egzaminy. Wiadomo, że 21 studentów zdało Analizę Matematyczną, 22 studentów zdało Algebrę Liniową, a 23 studentów zdało Mikroekonomię. Ilu studentów zdało wszystkie trzy egzaminy?

.....

4. W podanej niżej częściowej tabelce wartości pewnej funkcji postaci $y(x) = ax^3 + bx$, $a, b \in \mathbb{R}$, nie wszystkie wartości $y(x)$ podano poprawnie.

x	-2	-1	0	1	2
$y(x)$	3	1	1	-1	3

Jaka jest największa możliwa liczba wartości $y(x)$ podanych poprawnie w tej tabelce?

.....

5. Oblicz wartość wyrażenia $x^4 + \frac{1}{x^4}$, jeżeli wiadomo że $x - \frac{1}{x} = \sqrt{2}$.

.....

6. Parabank *Shylock* – zastawy poręczne udzielił na 1 rok pożyczki w wysokości 10000 PLN. Nominalna stopa oprocentowania wynosi 40%. Całość długu, wraz z naliczanymi i kapitalizowanymi odsetkami, ma zostać zwrócona w trzech równych płatnościach: pierwsza po pierwszym kwartale, druga w połowie roku i ostatnia na koniec roku. Odsetki, obliczane od całości przypadającego na dany moment zadłużenia, są naliczane i kapitalizowane po każdym z czterech kwartałów (kapitalizacja odsetek poprzedza płatność). Podać wysokość jednorazowej płatności.

.....

7. Rozwiązać nierówność:

$$\sin x > \sin 2x, \quad x \in [0, 2\pi].$$

.....

ODWRÓCIĆ KARTKĘ!

8. Dany jest ciąg geometryczny zbieżny do 0, o którym wiadomo, że nie jest monotoniczny, oraz że suma jego sześciu początkowych elementów stanowi $\frac{8}{9}$ sumy początkowych dwunastu elementów. Jaki jest iloraz tego ciągu?

.....

9. Znaleźć najmniejszy wyraz ciągu a_n , $n \in \mathbb{N}$, jeśli $a_n = \left(1 - \frac{1}{(n+1)(2n-3)}\right)^{2013}$.

.....

10. Znaleźć najmniejsze $n_0 \in \mathbb{N}$ takie, że dla każdego $n \geq n_0$ zachodzi

$$\ln(2n+1) + \ln(2n+5) > \ln 22.$$

.....

Oblicz granicę – być może niewłaściwą – ciągu a_n , jeśli:

11. $\sqrt[n]{3^n + 4^n + n^3 + n^4}$ $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n =$

12. $a_n = n^2 \left(\frac{\sqrt{n^2+1} - \sqrt{n^2-1}}{n+1} \right)$ $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n =$

13. $a_n = (e - \sqrt[n]{n})^n$ $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n =$

14. $a_n = \left(\frac{n^2 + 4n + 1}{n^2 + 4n + 4} \right)^{n(n+1)}$ $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n =$

15. Znaleźć granicę ciągu a_n , $n \in \mathbb{N}$ zdefiniowanego rekurencyjnie:

$$a_0 = 0, \quad a_{n+1} = a_n^2 + \frac{1}{4}.$$

.....