

O skojarzeniach w grafach

Zadania III

Piotr Sankowski

20 maja 2013

Zadania należy oddać w dniu 22/05/2013, np. zostawiając mi ją w przegródce w sekretariacie instytutu.

Zadanie 1

Masz danych n graczy N oraz m przedmiotów M . Każdy gracz i posiada wartościowanie v_i za każdy otrzymany przedmiot ze zbioru $S_i \subseteq M$. Innymi słowy, jeżeli gracz i otrzyma zbiór przedmiotów S , to jego wartościowanie wynosi $|S \cap S_i| \cdot v_i$ i jest to maksymalna wartość jaką jest on gotowy zapłacić za te przedmioty. Co więcej, każdy gracz posiada maksymalny budżet b_i jaki jest w stanie zapłacić za otrzymane przedmioty. Czy umiesz zaproponować efektywny algorytm wyznaczający przydział przedmiotów do graczy oraz ich ceny tak aby sprzedający zmaksymalizował swój zysk? Jeżeli nie to, czy umiesz zaproponować algorytm aproksymacyjny dla tego problemu?

Zadanie 2

Zaproponuj dynamiczny algorytm dla problemu obliczania najliczniejszego skojarzenia w grafie $G = (V, E)$. Algorytm powinien obsługiwać operacje:

- *init* — $E := \emptyset$,
- *insert*(e) — $E := E \cup \{e\}$,
- *delete*(e) — $E := E - \{e\}$,
- *matching-size* — zwróć licznosc najliczniejszego skojarzenia w grafie.

Wskazówka: Algorytm nazywamy dynamicznym gdy obsługuje wszystkie operacje szybciej niż obliczenie licznosci skojarzenia od nowa.

Zadanie 3

Założ, że umiesz testować, czy dowolny graf o wielomianowej liczbie doskonałych skojarzeń zawiera doskonałe skojarzenie w NC. Pokaż jak korzystając z takiego założenia skonstruować doskonałe skojarzenie w takim grafie w NC.