

Matematyka A dla Wydziału Chemii, semestr 2., 2020/2021
ćwiczenia 24.

31 maja 2021

1. Znaleźć bazy przestrzeni rozwiązań układów jednorodnych:

a) $\begin{cases} x' = 2x + 3y \\ y' = 4x + 3y \end{cases},$

b) $\begin{cases} x' = x - 3y \\ y' = 3x + y \end{cases},$

c) $\begin{cases} x' = 3x + y - z \\ y' = y + 2z \\ z' = -y + 4z \end{cases},$

d) Dla układu a) wskaż rozwiązanie spełniające warunek początkowy $x(1) = 0$, $y(2) = 3$.

2. Znajdź rozwiązanie ogólne układu niejednorodnego

a) $\begin{cases} x' = -4x - 2y + \frac{2}{e^t - 1} \\ y' = 6x + 3y - \frac{3}{e^t - 1} \end{cases},$

b) $\begin{cases} x' = x - y + \frac{1}{\cos t} \\ y' = 2x - y \end{cases}.$

3. Rozważmy trzy zbiorniki A, B, C wody ustawione w taki sposób, że możliwy jest przepływ wody z A do B , B do C , C do B i B do A . Zbiornik A zawiera 60 litrów wody, w której rozpuszczono 30kg soli, zaś zbiorniki B i C – czystą wodę (po 60l). Zbiornik A zasilany jest wodą wlewaną z prędkością $4l/min$. Ze zbiornika A do B oraz ze zbiornika B do C następuje przepływ wody z prędkością $6l/min$, zaś z B do A oraz z C do B z prędkością $2l/min$. Ze zbiornika C odprowadzany jest dodatkowo roztwór z prędkością $4l/min$. Określ ilość soli w kg w poszczególnych zbiornikach w zależności od czasu.