

Matematyka A dla Wydziału Chemii, semestr 2., 2020/2021
ćwiczenia 23.

28 maja 2021

1. Niech $W = \text{lin}((0, 1, 2, 1), (2, 1, -6, -1))$. Znaleźć bazę podprzestrzeni $W^\perp$ w przestrzeni $\mathbb{R}^4$.
2. Niech $A = (1, 2, 0)$, $B = (4, 3, 0)$, $C = (1, 1, 1)$, $D = (2, 3, 1)$
 - a) Znajdź objętość czworościanu $ABCD$.
 - b) Znaleźć odległość punktu D od płaszczyzny zawierającej punkty A, B, C oraz odległość punktu A od prostej BC .
3. Znaleźć wzór i macierz symetrii prostopadłej płaszczyzny względem prostej o równaniu $y = 2x$.
4. Które wśród następujących przekształceń liniowych są symetrami prostopadłymi względem prostych i jakich prostych?
 - a) $f(x, y) = (-y, x)$
 - b) $g(x, y) = (x + y, x + 2y)$
 - c) $h(x, y) = (y, x)$.
5. Podaj przykład macierzy A dwa na dwa takiej, że $A^{12} = I$, ale $A^n \neq I$ dla $1 \leq n < 12$.
6. Niech $\varphi: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ będzie izometrią. Wykazać, że istnieje niezerowy wektor v taki, że $\varphi(v) = v$ lub $\varphi(v) = -v$. Czy to samo jest prawdą dla izometrii płaszczyzny.
7. Niech $O = (0, 0)$, $A = (1, 0)$, $B = (0, 2)$, $C = (-2, 0)$, $D = (0, -1)$. Znajdź izometrię płaszczyzny przeprowadzającą trójkąt OAB na trójkąt OCD . Czy istnieje izometria płaszczyzny zachowująca orientację i przeprowadzającą trójkąt OAB na trójkąt OCD .