

Matematyka A dla Wydziału Chemii, semestr 2., 2020/2021
ćwiczenia 9.

29 marca 2021

1. Rozwiązać równanie różniczkowe

$$x'(t) = t - 2x(t) \operatorname{ctg}(2t)$$

i znaleźć taką funkcję $x(t)$ spełniającą równanie, że $x(\pi/4) = 0$.

2. Znaleźć wszystkie funkcje $x(t)$ takie, że dla każdego $t \in (-\pi/2, \pi/2)$ zachodzi równość

$$x'(t) - (1 + x^2(t)) \cdot \frac{2}{1 + 4t^2} = 0$$

a wśród nich funkcję która dodatkowo spełnia warunek $x(-1/2) = -1$.

3. W pokoju o objętości $200 m^3$ powietrze zawiera w pewnej chwili $0,15\%$ dwutlenku węgla. Powietrze z zewnątrz zawierające $0,04\%$ dwutlenku węgla jest dostarczane przez wentylator w tempie 20 l/min . Po jakim czasie zawartość dwutlenku węgla w pokoju zmniejszy się trzykrotnie w porównaniu do chwili początkowej?

4. Niech $z = \frac{1}{2} (\sqrt{2 + \sqrt{3}} + i\sqrt{2 - \sqrt{3}})$.

a) obliczyć $|z|$.

b) obliczyć z^2 oraz z^4 .

c) znaleźć takie liczby $x, y \in \mathbb{R}$, że $z^{2018} = x + yi$ oraz takie, liczby $u, v \in \mathbb{R}$, że $z^{2019} = u + vi$.

5. Znaleźć wszystkie liczby zespolone z dla których spełniona jest równość

$$z^7 - 27z^4 + 16z^3 - 2^4 \cdot 3^3 = 0.$$

6. Zadanie składa się z następujących części:

a) Znaleźć wszystkie liczby zespolone z takie, że $z^3 + 2z^2 + 5z - 26 = 0$.

b) Obliczyć $(\sqrt{3} + i)^{10}$ oraz $\left(\frac{\sqrt{3}-i}{2}\right)^{2017}$.