

Matematyka A dla Wydziału Chemii, semestr 2., 2020/2021
ćwiczenia 17.

30 kwietnia 2021

1. Obliczyć macierze $A \cdot B$ oraz $B \cdot A$ we wszystkich sytuacjach, w których te działania mają sens:

a) $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 6 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$

b) $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 5 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 7 & 6 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}.$

c) $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 5 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 2 \end{bmatrix}.$

d) $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 5 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}.$

2. Znaleźć macierz A^{-1} we wszystkich przypadkach, gdy istnieje dla

a) $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}.$

b) $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 6 & 4 \end{bmatrix},$

c) $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 4 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$

3. Które z poniższych odwzorowań $\varphi: V \rightarrow W$ są przekształceniami liniowymi?

a) $V = \mathbb{R}^3, W = \mathbb{R}^2, \varphi((x, y, z)) = (x + 3y - 1, 4x + 2y + 6),$

b) $V = \mathbb{R}^3, W = \mathbb{R}^2, \varphi((x, y, z)) = (x + 3y - z, 4x + 2y + 6z),$

c) $V = \mathbb{R}^3, W = \mathbb{R}^2, \varphi((x, y, z)) = (x + 3y - z, 4|x| + 2|y| + 6|z|),$

d) $V = F(\mathbb{R}, \mathbb{R}), W = \mathbb{R}, \varphi(f) = 4f(5) - 5f(4).$

4. Znaleźć wzór przekształcenia liniowego $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ spełniającego warunki $f((3, 1)) = (4, 5, -1)$ oraz $f((7, 2)) = (-3, 5, 0).$

5. Znaleźć wzór na przekształcenia liniowego zadanego warunkami $\varphi: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, \varphi((1, 0, 1)) = (5, 1, 3),$
 $\varphi((0, 1, 1)) = (2, 3, 4), \varphi((1, 0, 0)) = (6, 7, 7).$

6. Dla przekształcenia $\varphi: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4, \varphi((x, y, z)) = (4x + 3y + 5z, x + 2y + z, 2x - y + 3z, 6x + 7y + 7z)$ znaleźć bazę i wymiar jego obrazu oraz bazę i wymiar jego jądra.