

Matematyka A dla Wydziału Chemii, semestr 2., 2020/2021
ćwiczenia 13.

16 kwietnia 2021

1. Posługując się wzorami Cramera rozwiązać układ równań:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 2 \\ -x_1 + x_2 + 2x_3 = 1 \\ 4x_1 + x_2 + x_3 = 3 \end{cases}$$

2. Wykazać, że dla dowolnych $a, b \in \mathbb{Z}$ układ równań

$$\begin{cases} 13x + 8y = a \\ 8x + 5y = b \end{cases}$$

ma dokładnie jedno rozwiązanie, które jest całkowite. Czy odpowiedź się zmieni jeśli zamienimy $13x$ na $14x$?

3. Korzystając ze wzorów Cramera rozważyć, czy następujące układy równań są oznaczone lub sprzeczne. Jeśli układ jest oznaczony, podać rozwiązanie.

$$\begin{cases} 2x + y + 3z = 9 \\ x - 2y + z = -2 \\ 3x + 2y + 2z = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 3y - z = 1 \\ x - y + z = 2 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases}$$

4. Używając twierdzenia Cramera określ dla jakich $s, t \in \mathbb{R}$ układ równań

$$\begin{cases} 2x + 3y + z = 1 \\ (-6 + t)x + 4y + 2z = s + 5 \\ 7x + 4y + z = 0 \end{cases}$$

ma dokładnie jedno rozwiązanie. Nadal używając twierdzenia Cramera znajdź to rozwiązanie dla $t = 2$ i $s = 1$ oraz wykaż, że układ jest sprzeczny dla $s = 0$, o ile nie jest oznaczony.

5. Znaleźć rozwiązanie ogólne poniższych układów równań.

a)

$$\begin{cases} 3a + 2b + c + 4d + 3e = 1 \\ 5a + 8b + 2c + 5d + 8e = 4 \\ 4a - 2b + c + 7d + e = 2 \end{cases}$$

b)

$$\begin{cases} 5x + 2y + 8z = 1 \\ 6x - 3y - 4z = 4 \\ 7x + 4y + 9z = 6 \\ 4x - 5y - 4z = -2 \end{cases}$$