

Matematyka 0 WCh, 2020/2021

ćwiczenia 29.

22 grudnia 2020

1. Znaleźć (o ile istnieje) największy wyraz ciągu $a_n = \frac{n^5}{2^n}$.
2. Znaleźć (o ile istnieją) największą i najmniejszą wartość funkcji

$$f(x) = |x^2 + 2x - 3| + \frac{3}{2} \ln x$$

na zbiorze $X = [\frac{1}{2}, 2]$. W jakich punktach f jest różniczkowalna?

3. Czerwony Kapturek mieszka w odległości 1 km od rzeki oraz w odległości 5 km od Babci. Babcia mieszka w odległości 4 km od rzeki, po tej samej jej stronie. Czerwony Kapturek postanowił przynieść Babci kubek wody z rzeki. W jakim miejscu nad rzeką (podać np. jego odległość od domu Kapturka) powinien czekać na Kapturka Wilk, przy założeniu, że Kapturek będzie szedł najkrótszą drogą?
4. Statek płynie z portu A do portu B. Koszt podróży składa się z dwóch części: niezależnej od prędkości i równej 25600 zł dziennie oraz zależnej od prędkości i równej podwojonemu sześciannemu prędkości dziennie. Przy jakiej prędkości koszt przeplłynięcia trasy jest najmniejszy?
5. Oblicz wszystkie kolejne pochodne funkcji:
 - a) $f(x) = x^6$,
 - b) $g(x) = \cos x$,
 - c) $h(x) = 2^x$.
6. Obliczyć pierwszą, drugą i trzecią pochodną dla:
 - a) $f(x) = x^5 - \ln x$,
 - b) $g(x) = xe^x$,
 - c) $h(x) = \sin x - \frac{2}{3} \sin^3 x + \frac{1}{5} \sin^5 x$.
7. Licząc kolejne pochodne, znajdź ekstrema funkcji:
 - a) $a(x) = x^2 - x$,
 - b) $b(x) = x - \ln x$,
 - c) $c(x) = 2x - \ln x + \frac{1}{x}$,
 - d) $d(x) = x^5 + 2x^3 + 3x + 4$,
 - e) $f(x) = x + \frac{1}{x}$.
 - f) $g(x) = x^6 - x^4$