

Matematyka 0 WCh, 2020/2021
ćwiczenia 28.

21 grudnia 2020

1. Korzystając z reguły de l'Hospitala oblicz granice:

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{666} (0,5)^x$.

b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{\ln(\sin x)}$.

c) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\sin x}$

d) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (x - \pi/2) \operatorname{tg} x$.

e) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^{\operatorname{tg} x}$.

2. Oblicz pochodną funkcji $f(x) = \operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$. Czy t jest funkcją stałą?

3. Jaki jest minimalny czas dojścia do domu stojącego przy prostoliniowej szosie w odległości 13 km od miejsca, w którym się znajdujemy, jeśli odległość od szosy wynosi 5 km. W terenie poruszamy się z prędkością 3 km/h, zaś po szosie z prędkością 5 km/h.

4. Ciężarówka porusza się po autostradzie ze stałą prędkością v km/h. Minimalna prędkość dla ciężarówek na autostradzie wynosi 50 km/h, maksymalna 100 km/h, litr benzyny kosztuje 2 zł (bardzo stare ceny!), kierowca otrzymuje 10 zł za godzinę swej pracy. Ciężarówka zużywa $11 + \frac{v^2}{400}$ litrów paliwa w ciągu godziny jazdy z prędkością v . Przy jakiej prędkości koszt przejazdu ustalonego odcinka trasy jest najmniejszy?

5. Czy spośród beczek w kształcie walca o pojemności jednego metra sześciennego istnieje beczka o najmniejszym polu powierzchni? Jeśli tak, to znaleźć jej wymiary. Czy istnieje beczka w kształcie walca, o pojemności jednego metra sześciennego, o średnicy mniejszej niż milimetr i polu powierzchni większym niż bilion kilometrów kwadratowych? Czy istnieje beczka w kształcie walca, o pojemności jednego metra sześciennego, o średnicy większej niż kilometr i polu powierzchni większym niż bilion kilometrów kwadratowych? Uwaga: beczka składa się z dna, powierzchni bocznej i pokrywy.

6. Znaleźć maksimum objętości stożka wpisanego w kulę o promieniu 1.