

Matematyka 0 WCh, 2020/2021

ćwiczenia 27.

15 grudnia 2020

1. Ile jest punktów, dla których prosta styczna do wykresu $f(x) = x^2 - 2x + 3$ przechodzi przez punkt $(0, 0)$. Znaleźć te punkty.
2. Korzystając z tego, że prosta styczna jest bliska funkcji w pobliżu punktu styczności obliczyć w przybliżeniu $\sqrt{50}$.
3. Korzystając z tego, że prosta styczna jest bliska funkcji w pobliżu punktu styczności obliczyć w przybliżeniu rozwiązanie równania $x^5 + x - 240 = 0$.
4. Korzystając z reguły de l'Hospitala oblicz granice:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin x},$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{2020} - 1}{x - 1},$

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^3}.$

5. Niech funkcja f będzie zadana następująco:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 3x}{x + 5} & \text{dla } x \in (-\infty, 0] \setminus \{-5\} \\ \frac{\sin x}{x} & \text{dla } x \in (0, \infty) \end{cases}$$

- a) Korzystając z reguły de l'Hospitala oblicz $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$.
- b) Zbadaj ciągłość funkcji f . Czy f jest ciągła w punkcie 0? Odpowiedź uzasadnij.
- c) Policz pochodne funkcji f' na przedziałach $(-\infty, 0) \setminus \{-5\}$ oraz $(0, \infty)$. Czy f jest różniczkowalna w punkcie $x = 0$?
- d) Znajdź asymptoty pionowe, poziome i ukośne funkcji f .
- e) Dla $x < 0$, znajdź lokalne ekstrema oraz przedziały monotoniczności tej funkcji.
- f) Oblicz równanie prostej stycznej do wykresu f w punkcie $x = -1$.