

Matematyka 0 WCh, 2020/2021
ćwiczenia 24.

8 grudnia 2020

1. Zbadaj ciągłość następujących funkcji:

a) $d(x) = \begin{cases} \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}.$

b) $f(x) = \lfloor x \rfloor$

c) $g(x) = x \lceil x \rceil$

d) $h(x) = \begin{cases} \frac{x}{x - \lfloor x \rfloor} & : x \notin \mathbb{Z} \\ x & : x \in \mathbb{Z} \end{cases}$

2. Zbadaj ciągłość funkcji $h(x) = \begin{cases} -2 \sin x, & x \leq -\pi/2 \\ a \sin x + b, & -\pi/2 < x < \pi/2 \\ \cos x, & x \geq \pi/2 \end{cases}.$

3. Udowodnij, że funkcja $f(x) = \sin x$ jest jednostajnie ciągła na $\mathbb{R}$. *Wskazówka: ze wzorów trygonometrycznych: $\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha+\beta}{2} \sin \frac{\alpha-\beta}{2}$.*

4. Udowodnij, że funkcja $f(x) = \frac{1}{x}$ nie jest jednostajnie ciągła na przedziale $(0, 1)$.

5. Wykaż, że równanie $\operatorname{tg} x = x$ ma nieskończenie wiele rozwiązań.

6. Naszkiecować wykres funkcji określonej wzorem

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{1+x^n}, x \geq 0.$$