

Matematyka 0 WCh, 2020/2021
ćwiczenia 17.

23 listopada 2020

1. Obliczyć granice:

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n^2 + 12n \sin n + 2016\sqrt{n+3}}{7 \cos n + 12n\sqrt{n} + 1970n^2}.$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n! \cdot n^n}.$

2. Niech a_n oznacza sumę odwrotności kolejnych liczb naturalnych nieparzystych od $2n+1$ do $4n-1$, a zatem:

$$a_n = \frac{1}{2n+1} + \frac{1}{2n+3} \cdots + \frac{1}{4n-1}.$$

a) Udowodnij, że $a_n < a_{n+1}$ dla każdego $n \in \mathbb{N}$.

b) Dowieść, że $\frac{1}{3} \leq a_n < \frac{1}{2}$ dla każdego $n \in \mathbb{N}$.

c) Dowieść, że $\frac{1}{3} < \lim_{n \rightarrow \infty} a_n \leq \frac{1}{2}$.

3. Obliczyć granice:

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 2n + 1}{3 + 2n + n^2}.$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n! + n^n}{(n+1)^n}.$

4. Oblicz granice:

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{966n^{972} + 1000n^{1025}}{1138n^{1241} + 1320n^{1333} + 1410n^{1525}}$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln(966n^{972} + 1000n^{1025})}{\ln(1138n^{1241} + 1320n^{1333} + 1410n^{1525})}.$

5. Oblicz granice:

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{1,543^n + 1,572^n}.$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n^3 1,543^n + n^2 1,572^n}.$