

Matematyka 0 WCh, 2020/2021

ćwiczenia 14.

16 listopada 2020

1. Trygonometria.

- a) Zdefiniuj kosinus dowolnego kąta $\varphi > 0$.
- b) Znajdź zbiór A złożony z tych $t \in \mathbb{R}$, dla których zachodzi nierówność:

$$32 \cos^6 t - 48 \cos^4 t + 22 \cos^2 t - 3 > 0.$$

- c) Zaznacz na okręgu o równaniu $x^2 + y^2 = 1$ zbiór punktów złożony punktów postaci $(\cos t, \sin t)$, $t \in A$.

2. Granice. Obliczyć

- a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2017n^{11} + 2}{1805n^{12} + 2}$.
- b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln(2017n^{11} + 2)}{\ln(1805n^{12} + 2)}$.
- c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1805n^{10} + 2}{2017n^{10} + 2} \right)^{n^2}$.
- d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 + 1805}{2n^2 + 2017} \right)^{n^2}$.

3. Logarytmy.

- a) Zdefiniować $\log_d c$ pamiętając o założeniach dotyczących c i d .
- b) Rozwiązać równanie $\log \frac{x+5}{5} + \log \frac{x-2}{2} + \log \frac{x-3}{3} = \log \sqrt[10]{1024}$.
- c) Dowieść, że $\log_{10}(350-7) + \log_{10} \frac{1}{7} + \frac{\log_{10} 1024}{5} + \frac{4 \log_{10} 27}{3} < 14 \log_{10} 2 < 2 + 2 \log_{10} 13$.

4. Granice. Niech $a_{n+1} = -a_n + a_n^3$, dla $n = 0, 1, 2, \dots$ oraz $a_0 \in \mathbb{R}$.

- a) Udowodnić, że jeśli $0 < |a_0|^2 < 2$, to $|a_{n+1}| < |a_n|$ i wywnioskować stąd, że wtedy ciąg a_n ma skończoną granicę i znaleźć ją.
- b) Udowodnić, że jeśli $|a_0|^2 > 2$, to $|a_{n+1}| > |a_n|$ oraz że wtedy ciąg a_n ma granicę i wyznaczyć ją w zależności od a_0 . Czy ciąg (a_n) jest monotoniczny?