

Matematyka 0 WCh, 2020/2021

ćwiczenia 9.

3 listopada 2020

- Korzystając z twierdzenia związanego z arytmetyką granic, oblicz granice ciągów (dopuszczamy nieskończoności):
 - $a_n = -3n^4 + n^2 - 4 + 2,$
 - $b_n = \frac{3n+2}{-n-2},$
 - $c_n = \frac{3n^3+2n^2-5}{-n^4-2},$
 - $d_n = \frac{4^{n+2}-3^n}{-5^n+(-1)^{n+1}},$
 - $e_n = \frac{4^{n+2}-3^n}{-4^n+(-1)^{n+1}},$
 - $f_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n},$
 - $g_n = \sqrt{n}(\sqrt{2n+1} - \sqrt{3n-1}),$
- Korzystając z tego, że $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$, oblicz granice:
 - $a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{2n},$
 - $b_n = \left(1 + \frac{1}{2n}\right)^{2n},$
 - $c_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{2n+3},$
 - $d_n = \left(1 + \frac{1}{3n}\right)^n,$
 - $e_n = \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n,$
 - $f_n = \left(\frac{3n+2}{3n+1}\right)^{3n}.$
- Czy następujące ciągi są ciągami Cauchy'ego. Odpowiedź uzasadnij na podstawie definicji.
 - $a_n = \frac{(-1)^n}{n+1},$
 - $b_n = (1 + (-1)^n)^n.$
- Posługując się granicami ciągów, przedstawić ułamek dziesiętny okresowy $0,(12345)$ w postaci ułamka n/m .
- Niech a_n będzie ciągiem takim, że $a_1 = 2$ oraz $a_{n+1} = \sqrt{6+a_n}$, $n \geq 1$. Wykaż, że ciąg a_n jest zbieżny i znaleźć jego granicę.
- Na imieninach cioci Haliny jest trochę nudno, więc pan Henio co godzinę wypija filiżankę espresso, żeby nie zasnąć (pierwszą filiżankę wypił od razu po przyjściu). Filiżanka espresso zawiera 50 mg kofeiny; w ciągu godziny zawartość kofeiny we krwi spada o 20%. Ile kofeiny we krwi będzie miał pan Henio po trzech godzinach imprezy? Czy ilość kofeiny we krwi pana Henia będzie wzrastać z każdą godziną? Czy gdyby imieniny trwały baaardzo długo to kawa mogłaby mu zaszkodzić (niebezpieczna ilość kofeiny to 1000 mg)? Odpowiedzieć na te same pytania w sytuacji gdyby pan Henio przyszedł na imieniny cioci Haliny bezpośrednio z urodzin dziadka Edmunda (wtedy miałby na początku imienin 500 mg kofeiny we krwi).