

Matematyka 0 WCh, 2020/2021

ćwiczenia 8.

2 listopada 2020

1. Obliczyć (i udowodnić korzystając z definicji) granice ciągów:

a) $a_n = \frac{1}{n+1}$

b) $b_n = \frac{1}{(n+1)^2}$

c) $c_n = \frac{1}{3^n}$

2. Korzystając z twierdzenia o trzech ciągach oblicz granice ciągów:

a) $a_n = \frac{(-1)^n}{n+1}$

b) $b_n = \frac{n^2}{4^n}$

c) $c_n = \sqrt[n]{n}$, $n > 0$. Wskazówka: niech $b_n = \sqrt[n]{n} - 1$. Wtedy $n = (1 + b_n)^n \geq 1 + \frac{n(n-1)}{2} b_n^2$.

3. Korzystając z twierdzenia związanego z arytmetyką granic, oblicz granice ciągów:

a) $a_n = \frac{2n^2 + n + 2015}{n^2 - 4n - 2015}$

b) $b_n = \frac{n^2 + 4^n}{5 + 2^n + 4^{n+1}}$

4. Udowodnij, że jeśli ciąg x_n jest zbieżny do zera oraz ciąg y_n jest ograniczony, to ciąg $x_n \cdot y_n$ jest zbieżny do zera.

5. Oblicz

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \sin n!}{3n^2 + 2}.$$

6. Udowodnij, że następujące ciągi są rozbieżne do nieskończoności:

a) $a_n = \frac{4^n}{n^3}$

b) $b_n = ((-1)^n + 2)n + n^2$

c) $c_n = n^3 - n - 1$