

Matematyka 0 WCh, 2020/2021
ćwiczenia 4. – rozwiązania lub wskazówki

23 października 2020

Zadania pochodzą z list M. Chałupnika i M. Krycha.

1. Przyjmując, że $\log 2 \simeq 0,301$, $\log 3 \simeq 0,477$, oblicz $\log 4$, $\log 6$, $\log 8$ oraz $\log 5$.
2. Wykaż nierówność
 - a) $\log 2 > 0,3$,
 - b) $2\log 7 < 2 - \log 2$.
3. Uprość wyrażenie:
 - a) $\frac{\left(\sqrt{\sqrt[5]{5}}\right) \cdot \sqrt[7]{5}}{\sqrt[3]{25}}$,
 - b) $10 \cdot 100^{\frac{1}{2} \log 9 - \log 2}$,
 - c) $125^{\log_{25} 16}$.
4. Rozwiąż równanie:
 - a) $\log(3x+4) + \log(x-8) = 2$,
 - b) $7 \cdot 3^{x+1} - 5^{x+2} = 3^{x+4} - 5^{x+3}$,
 - c) $\log_x 7 + \log_{x^2} 7 = 6$.
 - d) $\log_{15}(\log_4(\log_3 x)) = 0$,
 - e) $\log(x^2 - 3x + 2) = 1 - \log(x+2)$,
 - f) $\left(\frac{2}{3}\right)^x = \sqrt[4]{1,5}$,
 - g) $5^x - 5^{3-x} = 20$,
 - h) $5^{2x} - 7^x - 35 \cdot 5^{2x} + 35 \cdot 7^x = 0$,
 - i) $\log(x^3 + 8) - \log(x+2) = 1$.
5. Dla jakich $m \in \mathbb{R}$ równanie $(1-m)9^x + 4 \cdot 3^x = m+2$ ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste?
6. Rozwiąż układ równań:

$$\begin{cases} 3^x - 2^y = 77, \\ 3^{x/2} - 2^{y/2} = 7. \end{cases}$$

7. Rozwiąż układ równań:

$$\begin{cases} \log_{xy}(x-y) = 1, \\ \log_{xy}(x+y) = 0. \end{cases}$$