

Matematyka 0 WCh, 2020/2021

ćwiczenia 3.

20 października 2020

Zadania pochodzą z list M. Chałupnika i M. Krycha.

1. Rozwiąż równania $x^6 - 9x^3 + 8 = 0$.
2. Znaleźć wszystkie pierwiastki wielomianu $-2x^4 - 4x^3 + 32x^2 + 4x - 30$.
3. Znaleźć wszystkie pierwiastki wielomianu $x^4 + 3x^3 - 12x^2 - 20x + 48$. Narysować orientacyjny wykres tego wielomianu.
4. Ile wynosi:
 - a) $\binom{8}{3}$,
 - b) $\binom{2019}{0}$,
 - c) $\binom{2020}{1}$,
 - d) $\binom{9}{5}$,
 - e) $\binom{2020}{2020}$.
5. Określ, czy w następującym zadaniu mowa o wariacjach, czy o kombinacjach, z czy bez powtórzeń oraz oblicz. Ile różnych pięcio-literowych słów (też bez sensu) można utworzyć z liter wyrażenia AGRESYWNA MAŁPA,
 - a) jeśli każdej litery możemy użyć wielokrotnie?
 - b) jeśli każde stworzone słowo musi się składać z różnych liter?
6. Określ, czy w następującym zadaniu mowa o wariacjach, czy o kombinacjach, z czy bez powtórzeń oraz oblicz. Z każdego słowa, o którym mowa w poprzednim zadaniu w podpunkcie a) tworzymy statystykę o tym ile i jakich liter w nim występuje.
 - a) Ile różnych statystyk możemy dostać?
 - b) A ile możemy dostać statystyk, jeśli każde stworzone słowo musiało się składać z różnych liter?
7. Określ, czy w następującym zadaniu mowa o wariacjach, czy o kombinacjach, z czy bez powtórzeń oraz oblicz.
 - a) Pięć nierozróżnialnych małp siedzi na 8-miu kolejnych drzewach. Ile takich sytuacji istnieje?
 - b) a ile sytuacji zaobserwuje wytrawny biolog, który będzie potrafił rozróżnić wszystkie małpy?
8. Udowodnij, korzystając z algebraicznej definicji symbolu Newtona, że dla każdego $n, k, k \leq n$,
$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}.$$
9. Udowodnij, że dla każdych $k, r, k \leq r$, zachodzi
$$k \binom{r}{k} = r \binom{r-1}{k-1}.$$
10. Rozwiń
 - a) $(a+b)^3$
 - b) $(a+b)^4$
11. Korzystając ze wzoru dwumianowego Newtona oblicz
 - a) $(3a+1)^5$
 - b) 11^4
12. Wykaż, że:
$$\binom{2020}{0} - \binom{2020}{1} + \binom{2020}{2} - \dots - \binom{2020}{2019} + \binom{2020}{2020} = 0.$$