

Matematyka 0 WCh, 2020/2021
ćwiczenia 12.

10 listopada 2020

1. Udowodnij, że $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n+1} = 1$ korzystając z definicji zbieżności ciągu.
2. Udowodnij, że każdy ciąg rosnący i ograniczony ma (skończoną) granicę.
3. Udowodnij, że ciąg $a_1 = \sqrt{c}$, $a_2 = \sqrt{c + \sqrt{c}}$, $a_3 = \sqrt{c + \sqrt{c + \sqrt{c}}}$, $\dots$, $c > 0$ jest zbieżny i znajdź jego granicę.
4. Znajdź granice ciągu $b_n = \sqrt[n]{2019^n + 2020^n}$.
5. Korzystając z tego, że $e = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \dots$, oblicz liczbę e z dokładnością do 2 miejsc po przecinku (wolno używać kalkulatora).
6. Podaj przykład ciągu, który nie jest zbieżny, który ma podciąg zbieżny.
7. Udowodnij, że w każdym ciągu ograniczonym można znaleźć podciąg zbieżny.
8. Wykazać, że ciąg a_n jest zbieżny i znaleźć jego granicę, gdzie:
 - a) $a_1 = 1/2$, $a_{n+1} = a_n(2 - a_n)$,
 - b) $a_1 = 1/10$, $a_{n+1} = \sin a_n$.
9. Niech $a_1 = c$, $a_{n+1} = a_n(2 - a_n)$. Dla jakich wartości c , ciąg a_n ma skończoną granicę?