

Matematyka 0 WCh, 2020/2021

ćwiczenia 11.

9 listopada 2020

1. Niech s_n będzie sumą pierwszych n wyrazów ciągu geometrycznego $a_n = aq^n$, gdzie $|q| < 1$. Oblicz granicę ciągu s_n .
2. Znajdując odpowiedni ciąg i jego granicę, udowodnić wzór na objętość ostrosłupa trójkątnego o polu podstawy P i wysokości h .
3. Obliczyć pole pod wykresem funkcji $y = 1/x^2$ na przedziale $[1, 2]$.
4. Udowodnić wzór na pole koła o promieniu r , zakładając, że obwód to $2\pi r$ i obliczając granicę odpowiedniego ciągu.
5. Znajdź granicę ciągu:
 - a) $a_n = (n+1)^k - n^k$, gdzie $k \in \mathbb{N}$.
 - b) $b_n = \sqrt{n}(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$,
 - c) $c_n = \frac{n}{\sqrt{n^2+n}}$,
 - d) $d_n = \frac{n}{\sqrt{n^2+1}}$,
 - e) $e_n = \frac{n}{\sqrt{n^2+1}} + \frac{n}{\sqrt{n^2+2}} + \dots + \frac{n}{\sqrt{n^2+n}}$,
 - f) $f_n = \frac{\log_a n}{n}$,
6. Udowodnij, że jeśli $y_n \rightarrow \infty$ jest ciągiem ściśle rosnącym oraz x_n jest dowolnym ciągiem, to

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{y_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n - x_{n-1}}{y_n - y_{n-1}},$$

o ile tylko granica po prawej stronie istnieje.

7. Udowodnij, że jeśli $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = g$ to również $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = g$, gdzie

$$b_n = \frac{a_1 + \dots + a_n}{n}.$$