

Matematyka 0 WCh, 2020/2021  
ćwiczenia 10.

6 listopada 2020

1. Korzystając z wzoru dwumianowego Newtona, udowodnij, że dla dowolnej liczby  $c > 1$  zachodzi  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{c^n} = 0$ .
2. Udowodnij, że  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^k}{a^n} = 0$ , dla dowolnych  $a > 1$  i  $k \in \mathbb{R}$ .
3. Oblicz granicę ciągu:

a)  $a_n = \frac{n^4 - 7n + 5}{5n^4 + n + 2},$

b)  $b_n = \frac{n^3 + 1000666}{n^4 - n - 700},$

c)  $c_n = \frac{-2n^4 + 17}{n^3 - 100n^2 + 7},$

d)  $d_n = \frac{\sqrt{n^5} + n^2 + 7}{\sqrt{n}(n^2 - 5)},$

e)  $e_n = \frac{\sin n}{n},$

f)  $f_n = \frac{n^7 3^n + 5^n + \sin n}{5^n - n^3 + \cos n},$

g)  $g_n = \sqrt{n+7} - \sqrt{n},$

h)  $h_n = \sqrt[n]{3},$

i)  $i_n = \sqrt[n]{5^n + 3^n},$

j)  $j_n = \frac{n!}{5^n},$

k)  $k_n = \left(1 + \frac{5}{n}\right)^{3n+2},$

l)  $l_n = \left(1 - \frac{3}{n+1}\right)^n,$

m)  $m_n = \left(\frac{n^2 - n + 3}{n^2 + 5n + 7}\right)^n,$

n)  $o_n = \left(1 + \frac{1}{n^2}\right)^{n^2},$

o)  $p_n = \left(1 + \frac{1}{n^2}\right)^n.$

4. Czy ciąg  $a_n = \sin(n\pi/3)$  ma granicę?
5. Podać przykłady ciągów  $a_n$  i  $b_n$ , takich, że  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0$ , oraz:
  - (a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n/b_n = \infty,$
  - (b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n/b_n = -\infty,$
  - (c) ciąg  $a_n/b_n$  nie ma granicy.