

Matematyka dla Wydziału Geologii, semestr 2., 2019/2020

ćwiczenia 15. dla chętnych

29 maja 2020

Rzeczy chyba proste

1. Policz $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 8x + 15}$.

2. Zbadaj ciągłość funkcji

$$f(x) = \begin{cases} x \left(\frac{1}{x} - \left\lfloor \frac{1}{x} \right\rfloor \right) & , x \neq 0 \\ 0 & , x = 0 \end{cases}.$$

3. Korzystając z twierdzenia o pochodnej funkcji złożonej, oblicz pochodne funkcji:

a) $g(x) = \cos^3 5x$,

b) $h(x) = \sqrt{\ln x^2}$.

4. Znajdź przedziały monotoniczności i ekstrema lokalne następujących funkcji:

$$f(x) = \frac{x^3}{1 - x^2},$$

5. Oblicz korzystając z reguły de l'Hospitala

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^3}.$$

6. Zbadaj na jakich przedziałach funkcja

$$g(x) = \frac{x^3 - 4x + 2}{x}$$

jest wypukła lub wklęsła. Znajdź punkty przegięcia.

7. Znajdź pochodne cząstkowe funkcji:

a) $f(x, y) = x^y$,

b) $f(x, y, z) = xe^y + ye^z + ze^x$.

8. Sprawdź, czy funkcja $x(t) = \sqrt{t^2 + Dt}$, gdzie D jest dowolną stałą, jest rozwiązaniem równania $x' = \frac{1}{2} \left(\frac{x}{t} + \frac{t}{x} \right)$.

Rzeczy chyba średnie

1. Rozstrzygnij, czy szereg

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1}$$

jest zbieżny.

2. Porównując z szeregiem harmonicznym, zbadaj zbieżność szeregu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[n]{n}}.$$

3. Zbadaj zbieżność szeregu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 \cdot e^n},$$

korzystając z kryterium Cauchy'ego.

4. Oblicz średnią wartość funkcji $e^x \sin y$ $dy dx$, na prostokącie $D [0, 1] \times [0, \pi]$,

Rzeczy chyba trudniejsze

1. Oblicz całkę nieskierowaną po krzywej S zadanej jako $y(t) = t^2$, $x(t) = t$ na przedziale $t \in [0, 2]$ funkcji $f(t) = t$.

2. Oblicz całkę krzywoliniową skierowaną

$$\oint_O xy dx + y dy$$

po okręgu $O: x^2 + y^2 = 1$:

a) zamieniając ją na całkę oznaczoną,

b) stosując Tw. Greena.