

Algebra 2 dla MSEM , 2019/2020

ćwiczenia 22. – z dystansu

15 maja 2020

1. Znaleźć rzut prostopadły punktu $p = (1, 2, 1) \in \mathbb{R}^3$:
 - a) na płaszczyznę M opisaną równaniem $2x + 3y - z = 2$,
 - b) na prostą $L = (3, 2, -1) + \text{lin}((1, -1, 1))$
2. Znaleźć układ równań i parametryzację hiperpłaszczyzny przechodzącej przez punkt $(3, 2, 1, -1)$ i prostopadłej do hiperpłaszczyzny zadanej układem równań:

$$\begin{cases} a + b + c + d = -9 \\ a - b + c + 2d = -4 \end{cases}$$

3. Znaleźć rzut prostopadły punktu $p = (2, 3, 1) \in \mathbb{R}^3$:
 - a) na płaszczyznę M opisaną równaniem $x - 2y + z = 2$,
 - b) na prostą $L = (-1, 1, 0) + \text{lin}((1, 0, 1))$
4. Znaleźć układ równań opisujący oraz parametryzację:
 - a) prostej $L \subseteq \mathbb{R}^3$ przechodzącej przez punkt $(2, 1, 1)$ i prostopadłej do płaszczyzny opisanej równaniem $3x - y + 2z = 6$,
 - b) płaszczyzny $M \subseteq \mathbb{R}^3$ przechodzącej przez punkt $(3, 0, 5)$ i prostopadłej do prostej $(1, 1, 1) + \text{lin}((2, -1, 1))$.
5. W $\mathbb{R}^4$ ze standardowym iloczynem skalarnym znaleźć
 - a) rzut prostopadły punktu $p = (2, 1, 1, 2)$ na przestrzeń $H : x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 5$,
 - b) obraz punktu p w symetrii prostopadłej względem przestrzeni $H = (0, 1, 1, 0) + \text{lin}((2, 1, 0, 1), (1, 0, 0, 1))$.
6. W $\mathbb{R}^4$ ze standardowym iloczynem skalarnym znaleźć wzór na przekształcenie $\mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ będące:
 - a) rzutem prostopadłym na $H : x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 3$,
 - b) symetrią prostopadłą względem H .
7. Znajdź równanie opisujące płaszczyznę symetryczną do płaszczyzny $Q : x_1 + x_2 + x_3 = 3$ względem płaszczyzny $P : x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 6$.
8. Znajdź odległość punktu $q = (1, 2, 1, 0)$ od przestrzeni $H : x_1 - 2x_2 - x_3 + 4x_4 = 6$
 - a) $(\cdot)$ w $\mathbb{R}^4$ ze standardowym iloczynem skalarnym,
 - b) w $\mathbb{R}^4$ z iloczynem skalarnym zadany wzorem

$$\langle (x_1, x_2, x_3, x_4), (y_1, y_2, y_3, y_4) \rangle = 2x_1y_1 + x_1y_4 + x_2y_2 + 2x_3y_3 + x_4y_1 + 2x_4y_4.$$