

Matematyka dla Wydziału Geologii, semestr 2., 2019/2020

ćwiczenia 9.

22 i 23 kwietnia 2020

1. Pokazać, że funkcja f określona wzorem $f(x) = \sqrt{2x - x^3}$ spełnia równanie $f''f^3 = -1$ dla $x \in (0, 2)$.
2. Sprawdzić, czy następujące funkcje spełniają równanie Laplace'a

$$\frac{\partial f^2}{\partial x^2} + \frac{\partial f^2}{\partial y^2} = 0.$$

- a) $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$,
 - b) $f(x, y) = e^{-x} \sin y$.
3. Korzystając z twierdzenia Lagrange'a o wartości średniej oblicz w przybliżeniu wartość $f(2, 0.1)$ dla $f(x) = \frac{x^2 - 3}{x^2 + 5}$.
 4. Pomiar długości boków prostopadłościanu wykonano z dokładnością 0,1 cm otrzymując wyniki $x = 6$, $y = 3$, $z = 1$ [cm]. Z jaką dokładnością wyznaczono:
 - a) objętość prostopadłościanu,
 - b) pole powierzchni tego prostopadłościanu.
 5. Obliczając granicę ciągu sum częściowych oblicz sumę szeregu:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}.$$

6. Udowodnij, że szereg

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1}$$

nie jest zbieżny.

7. Korzystając z kryterium porównawczego wykaż, że zbieżny jest szereg $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$.
8. Na podstawie kryterium d'Alemberta zbadaj zbieżność szeregu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}.$$

9. Korzystając z kryterium Cauchy'ego zbadaj zbieżność szeregu:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}.$$

10. Korzystając z kryterium Leibniza zbadaj zbieżność szeregu:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}.$$

11. Wypisz wzór Taylora dla n -tego rzędu dla funkcji $f(x) = \frac{1}{x}$ w punkcie $x_0 = -1$.
12. Przedstaw wielomian $w(x) = x^4 - 5x^3 + x^2 - 3x + 4$ za pomocą dwumianu $(x - 1)$.
13. Oblicz wartość $\cos(0,1)$ z dokładnością do 0,00001.