

Algebra 2 dla MSEM , 2019/2020

ćwiczenia 15. – z dystansu

17 kwietnia 2020

1. Znajdź układ równań liniowych opisującą warstwę podprzestrzeni $\text{lin}((1, 3, 0, 1), (2, 9, 4, 2)) \subseteq \mathbb{R}^4$ zawierającą wektor $(1, 1, -1, 2)$.
2. Niech $K = \mathbb{Z}_2$. Dla $W = \text{lin}((1, 0, 1, 0), (0, 1, 1, 1)) \subseteq K^4$ wyznaczyć wszystkie warstwy podprzestrzeni W .
3. Niech K będzie ciałem, oraz $x_1, \dots, x_r$ będą różnymi elementami zbioru X i niech

$$W = \{f \in F(X, K) : f(x_1) = \dots = f(x_r) = 0\}.$$

Wykazać, że jeśli $H \subseteq F(X, K)$ jest warstwą W , to istnieją $c_1, \dots, c_r$, że

$$H = \{f \in F(X, K) : f(x_1) = c_1, \dots, f(x_r) = c_r\}.$$

4. Niech W będzie m -wymiarową podprzestrzenią przestrzeni $(\mathbb{Z}_p)^n$. Ile jest warstw podprzestrzeni W ?
5. Czy punkt $(1, 2, 1) \in \mathbb{R}^3$ jest kombinacją afiniczną punktów $(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)$?
6. Dla jakich wartości parametru $t \in \mathbb{R}$ punkt $(5, t, 4, 3) \in \mathbb{R}^4$ jest kombinacją afiniczną punktów $(1, 0, 1, 0), (1, 1, 2, 1), (0, 1, 1, 0)$?
7. Niech $p_0 = (1, 1, 0)$, $p_1 = (0, 1, 2)$, $q_0 = (3, 1, 3)$, $q_1 = (1, 0, 1)$. Czy istnieje punkt $p \in \mathbb{R}^3$, który jest kombinacją afiniczną p_0 i p_1 oraz jest kombinacją afiniczną q_0 i q_1 .
8. Znaleźć układ równań liniowych opisujący:
 - a) warstwę podprzestrzeni $\text{lin}((1, 3, 0, 1), (2, 9, 4, 2)) \subseteq \mathbb{R}^4$ zawierającą wektor $(1, 1, -1, 2)$,
 - b) hiperpłaszczyznę $(1, 4, -3, 2) + \text{lin}((1, 2, 0, -3), (1, 4, -2, -3), (0, 3, -1, -2))$.

9. Znaleźć układ równań opisujący:

- a) płaszczyznę $M \subseteq \mathbb{R}^3$ przechodzącą przez punkty $(6, 1, -3), (1, 5, 1), (1, 8, 2)$,
- b) prostą $L \subseteq \mathbb{R}^3$ przechodzącą przez punkty $(1, 2, -1), (3, 4, 2)$.

10. Znaleźć parametryzację:

- a) prostej $L \subseteq \mathbb{R}^3$ przechodzącej przez $(1, 1, 5), (3, 2, 4)$,
- b) płaszczyzny $P \subseteq \mathbb{R}^3$ opisanej równaniem $2x_1 + 5x_2 - x_3 = 7$,
- c) hiperpłaszczyzny $H \subseteq \mathbb{R}^4$ opisanej równaniem $x + y - 3z + 2t = 5$.