

Matematyka dla Wydziału Geologii, semestr 2., 2019/2020
ćwiczenia 4.

11 lub 12 marca 2020

1. Wyznacz równanie prostej stycznej do krzywej:

a) $y = x^4$, w punkcie $x = 1$,

b) $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{4} = 1$ w punkcie $(1, \sqrt{2})$.

2. Oblicz pochodne funkcji:

a) $f(x) = \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^3$

b) $g(x) = 3^{\sin x}$

c) $h(x) = (1+x)^{\sqrt{x}}$

3. Korzystając z Tw. Lagrange'a udowodnij, że dla każdych liczb a, b takich, że $0 < a < b$ zachodzi:

$$\frac{b-a}{b} < \ln \frac{b}{a} < \frac{b-a}{a}.$$

4. Korzystając z reguły de l'Hospitala oblicz granice:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin x}$,

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{2020} - 1}{x - 1}$,

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^3}$.

5. Zbadać, jaki prostokąt ma największe pole wśród wszystkich prostokątów o obwodzie 1.

6. Oblicz wszystkie kolejne pochodne funkcji:

a) $f(x) = x^6$,

b) $g(x) = \cos x$,

c) $h(x) = 2^x$.

7. Obliczyć pierwszą, drugą i trzecią pochodną dla:

a) $f(x) = x^5 - \ln x$,

b) $g(x) = xe^x$,

c) $h(x) = \sin x - \frac{2}{3} \sin^3 x + \frac{1}{5} \sin^5 x$.

8. Licząc kolejne pochodne, znajdź ekstrema funkcji:

a) $a(x) = x^2 - x$,

b) $b(x) = x - \ln x$,

c) $c(x) = 2x - \ln x + \frac{1}{x}$,

d) $d(x) = x^5 + 2x^3 + 3x + 4$,

e) $f(x) = x + \frac{1}{x}$.

f) $g(x) = x^6 - x^4$