

Matematyka dla Wydziału Geologii, semestr 2., 2019/2020
ćwiczenia 2.

26 lub 27 lutego 2020

1. Oblicz, o ile istnieją, granice funkcji:

a) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{2 - \sqrt{x-3}}{x^2 - 49}$

b) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt[3]{x-4} - 1}{x - 5}$

c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 10x + 20}{x - 10}$

d) $\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{\sqrt[3]{x^2+6}-2}{x^2-2},$

2. Wiedząc, że $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$, oblicz $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 5x}$.

3. Czy istnieje liczba $a \in \mathbb{R}$, taka, że następująca funkcja jest ciągła w punkcie $x_0 = 0$?

a) $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{\pi}{x}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases},$

b) $f(x) = \begin{cases} \arctg x^{-1}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}.$

4. Zbadać ciągłość funkcji f określonej jako $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} (\sin x)^{2n}$.

5. Wiedząc, że $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$, oblicz:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - x)^{\frac{1}{x}}.$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{\frac{1}{2020x}}$

6. Wykazać, że równanie $x2^x = 1$ ma co najmniej jedno rozwiązanie należące do przedziału $(0, 1)$.

7. Naszkicować wykres funkcji

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} (\arctg nx).$$