

Algebra dla MSEM I, 2019/2020

ćwiczenia 27.

21 stycznia 2020

1. Oblicz wyznaczniki następujących macierzy:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & 5 & -1 \\ 2 & 6 & -4 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 5 & 4 \end{bmatrix}.$$

$$\begin{bmatrix} 2 & t & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 2 & t & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 2 & t & \dots & 0 \\ & \dots & & \dots & & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & t \\ t & 0 & 0 & 0 & \dots & 2 \end{bmatrix}.$$

2. Obliczyć wyznacznik macierzy

$$\begin{bmatrix} 3 & 4 & 2 & 2 \\ 4 & 5 & 6 & 5 \\ 2 & 3 & 6 & 0 \\ 8 & 7 & 10 & 18 \end{bmatrix},$$

sprowadzając ją do postaci trójkątnej.

3. Obliczyć wyznacznik macierzy

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 6 & 5 & -1 \\ -1 & 0 & 2 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 4 & 9 & 11 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}.$$

4. Oblicz wyznacznik macierzy:

$$\begin{bmatrix} 0 & 3 & 6 & 7 \\ 7 & 9 & 2 & 8 \\ 3 & 1 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

5. Niech $A \in M_{m \times n}(K)$, $B \in M_{n \times m}(K)$. Wykazać, że jeśli $m > n$, to $\det A \cdot B = 0$.

6. Obliczyć wyznaczniki następujących macierzy $n \times n$ w zależności od parametrów $s, t \in \mathbb{R}$.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 0 & s & s & \dots & s \\ 1 & s & 0 & s & \dots & s \\ & \dots & & \dots & & \dots \\ 1 & s & s & s & \dots & s \\ 1 & s & s & s & \dots & 0 \end{bmatrix},$$

7. Obliczyć macierze odwrotne do macierzy:

$$\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & 1 & 6 & 7 \\ 1 & 1 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 5 & 3 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

8. Dla jakich wartości $s \in \mathbb{R}$, macierz

$$\begin{bmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 1 & s & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

jest odwracalna? Dla każdego takiego s , znaleźć A^{-1} .

9. Niech

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 1 & 0 & 4 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 7 & 0 & 0 & 1 \\ 6 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 5 & 6 & 6 \\ 1 & 5 & 5 & 7 \end{bmatrix}.$$

Oblicz $\det(A \cdot B)$, $\det(A + B)$, $\det(A^7)$, $\det(A^{-3} \cdot B^9)$.

10. Dla macierzy A z poprzedniego zadania, obliczyć wartość elementu w 2. wierszu, 3. kolumnie macierzy A^{-1} .