

Algebra dla MSEM I, 2019/2020

ćwiczenia 17.

29 listopada 2019

1. Które z poniższych podzbiorów przestrzeni $F(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ są jej podprzestrzeniami?
 - a) funkcje ciągłe,
 - b) funkcje wielomianowe,
 - c) funkcje spełniające warunek $f(1) = f(2)$,
 - d) funkcje spełniające warunek $f(0) = f(1)^3$.
2. Niech W będzie podprzestrzenią przestrzeni liniowej V . Wykaż, że:
 - a) $V \setminus W$ nie jest podprzestrzenią liniową.
 - b) $V \setminus W \cup \{0\}$ jest podprzestrzenią wtedy i tylko wtedy, gdy W jest podprzestrzenią niewłaściwą.
3. Czy wektor $(1, 1, 1, 1) \in \mathbb{R}^4$ jest kombinacją liniową wektorów $(1, 2, 4, 3), (0, 1, 3, 3), (1, 2, 1, 5)$?
4. Niech $\alpha_1 = (3, 2, 1, 1), \alpha_2 = (2, 7, 2, 1), \alpha_3 = (1, 3, 1, 3)$ oraz $\beta_1 = (2, -2, 0, 3), \beta_2 = (1, 1, 1, 1), \beta_3 = (-1, 3, 1, 10)$. Które z wektorów β_i są kombinacjami liniowymi układu $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$?
5. Czy układ $(1, 2, -1, 2), (1, 4, 2, 8), (-1, 0, 4, 4)$ jest liniowo niezależny?
6. Czy istnieje niezerowy wektor $\alpha \in \mathbb{R}^4$, który jest jednocześnie kombinacją liniową wektorów $(1, 1, -1, -2), (1, 0, -3, 1)$ oraz kombinacją liniową wektorów $(1, 2, 1, 1), (0, 1, 2, 1)$.
7. Dla jakich wartości parametru $r \in \mathbb{R}$ wektor $(r, 8, 6)$ jest kombinacją liniową wektorów $(3, 4, 5), (1, 4, 4), (7, 4, 7)$?
8. Dla jakich wartości parametrów $s, t \in \mathbb{R}$ wektory $(5, 7, s, 2), (1, 3, 2, 1), (2, 2, 4, t)$ tworzą układ liniowo niezależny?
9. Znaleźć wektor $v \in \mathbb{Z}_2^3$, żeby układ $v, (1, 0, 1), (1, 1, 1)$ był liniowo niezależny w $\mathbb{Z}_2^3$.
10. Niech $W = \{f \in \mathbb{R}[x]_2 : f(1) = f(2) = 0\}$. Wykazać, że $W = \text{lin}(x^2 - 3x + 2)$.
11. Niech $W = \text{lin}((2, 1, 4), (3, 5, -1), (3, -2, 13), (7, 7, 7), (-4, -9, 6))$. Podać taki układ wektorów liniowo niezależnych $\alpha_1, \dots, \alpha_n$, że $W = \text{lin}(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$