

# Algebra dla MSEM 1, 2019/2020

## ćwiczenia 15.

22 listopada 2019

### Zadania

1. Znaleźć rozwiązanie ogólne poniższych układów równań.

$$\begin{cases} 3a + 2b + 3c + 4d = 8 \\ a + b + c + 2d = 4 \\ 5a + 3b + 6c + 3d = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3a + 2b + c + 4d + 3e = 1 \\ 5a + 8b + 2c + 5d + 8e = 4 \\ 4a - 2b + c + 7d + e = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x + 2y + 8z = 1 \\ 6x - 3y - 4z = 4 \\ 7x + 4y + 9z = 6 \\ 4x - 5y - 4z = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x + 4y + 5z + 2w + 3t = 1 \\ 3x + 2y + 4z + w + 2t = 3 \\ 3x + 2y - 2z + w = -7 \\ 9x + 6y + z + 3w + 2t = 2 \end{cases}$$

2. Zenobi za pączek, 2 butelki wody i ciastko zapłacił 4,5 PLN, zaś Zdzisław, który kupił 2 pączki, 5 butelek wody i 3 ciastka wydał 11 PLN. Czy z tego można wywnioskować ile w tym samym sklepie musiał zapłacić Zbigniew za 2 pączki, 6 butelek wody i 4 ciastka?

3. Dla jakich  $s \in \mathbb{R}$  poniższy układ jest sprzeczny?

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 6 \\ -x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 1 \\ -2sx_1 + sx_2 + 4x_3 = -3 \end{cases}$$

4. Dla jakich wartości  $t \in \mathbb{R}$  ciąg  $(t^2, -1, 1, -t^2, 1)$  jest rozwiązaniem poniższego układu równań.

$$\begin{cases} 7x_1 - 5x_2 - 3x_3 + 5x_4 - 5x_5 = -1 \\ 9x_1 + 8x_2 - 9x_3 + 2x_4 + 11x_5 = 1 \\ -4x_1 + 6x_2 + 2x_3 - x_4 + 9x_5 = 2 \end{cases}$$

### Zadania domowe

1. Niech  $K$  będzie ciałem oraz  $a, b \in K$ . Wykaż, że  $(-a) \cdot (-b) = ab$ .

2. Rozwiąż układ równań o współczynnikach w  $\mathbb{R}$ :

$$\begin{cases} 2a - 3b + 5c - d = 2 \\ -8a + 12b - 26c + 6d = 4 \\ 6a - 9b + 18c - 4d = -4 \end{cases}$$

3. Rozwiąż układ równań o współczynnikach w  $\mathbb{Z}_5$ :

$$\begin{cases} 2a - 3b - d = 2 \\ -3a + 2b - c + d = 4 \\ a - 4b + 3c - 4d = -4 \end{cases}$$

4. Sprawdź dla jakich  $s, t \in \mathbb{R}$  układ

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ -2x_1 - x_3 = -4 \\ 5x_1 + 3x_2 + x_3 = 10 \\ 6x_1 + (5 - t)x_2 - x_3 = s \end{cases}$$

jest sprzeczny, a dla jakich oznaczony.