

Algebra dla MSEM 1, 2019/2020

ćwiczenia 14.

19 listopada 2019

1. Który z następujących układów jest jednorodny, który sprzeczny, a który ma jednoznaczne rozwiązanie (jest oznaczony)?

$$U_1 : \begin{cases} 2x_1 - x_2 = 1 \\ x_1 + 2x_2 = 8 \end{cases},$$

$$U_2 : \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 = 0 \\ -3x_1 + x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 0 \\ 5x_1 + 2x_2 + 7x_3 = 0 \end{cases},$$

$$U_3 : \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_2 - x_3 = 8 \\ -x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ -x_1 + 8x_2 + 7x_3 = -4 \end{cases},$$

$$U_4 : x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 5.$$

2. Które z ciągów $(-1, 1, 1, -1)$, $(2, 3, 1, 4)$, $(4, -3, 2, 1)$, $(4, 0, -3, \frac{1}{2})$ są rozwiązaniami poniższego układu równań?

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 1 \\ 7x_1 + 5x_2 + 9x_3 + 4x_4 = 3 \\ 5x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 4x_4 = 1 \end{cases}$$

3. Znaleźć rozwiązanie ogólne poniższego układu równań o współczynnikach w $\mathbb{R}$.

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 + 5x_4 = 2 \\ 2x_1 + 7x_2 + 9x_3 + 2x_4 = 4 \\ 4x_1 + 13x_2 + 11x_3 + 12x_4 = 8 \end{cases}$$

4. Znaleźć rozwiązanie ogólne następującego układu równań o współczynnikach w $\mathbb{Z}_5$.

$$\begin{cases} 2x + 3y + z + 4t = 1 \\ 3x + y + 2z + 4t = 2 \\ 3x + 3y + z + 3t = 1 \end{cases}$$

5. Znaleźć rozwiązanie ogólne układu równań liniowych w $\mathbb{C}$.

$$\begin{cases} (1-i)x_1 + ix_2 + 2x_3 - ix_4 = 1+i \\ (1+i)x_1 + x_2 + 2ix_3 + (1+2i)x_4 = 1-i \\ ix_1 + (-1+i)x_3 + ix_4 = 0 \end{cases}$$

6. Znaleźć rozwiązanie ogólne poniższego układu równań o współczynnikach w $\mathbb{R}$.

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 2 \\ 6x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 3 \\ 6x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 8x_4 + 13x_5 = 9 \\ 4x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 + 2x_5 = 1 \end{cases}$$

7. Dla jakich $t \in \mathbb{R}$ ciąg $(1, t, 3, 2t)$ jest rozwiązaniem poniższego układu równań?

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 6 \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 - 2x_4 = 5 \\ x_1 - 4x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 16 \end{cases}$$

8. Dla jakich $s \in \mathbb{R}$ układ równań:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 2 \\ 3x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 8x_4 = 7 \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 4x_4 = s \end{cases}$$

jest niesprzeczny?

9. Niech $w(x)$ będzie wielomianem 3. stopnia spełniającym warunki: $w(0) = -1, w(1) = 3, w(2) = 7, w(-1) = -5$. Znaleźć współczynniki wielomianu $w(x)$.