

Algebra dla MSEM 1, 2019/2020

ćwiczenia 9.

5 listopada 2019

1. Narysuj na płaszczyźnie zespolonej zbiory punktów spełniające warunki:

$$|z| \leq 2$$

$$|z - 3| + |z + 3| = 10$$

$$\Re z = \Im z$$

$$1 \leq |z + i| \leq 2$$

2. Wykonaj działania:

$$\frac{(3+i)^2}{(1+2i)^2} - \frac{(1-2i)^3}{(1+i)^3}$$

$$\frac{i^3(1-i)^{10}}{(1+i\sqrt{3})^7(\sqrt{3}-i)^8}$$

3. Korzystając ze wzoru de Moivre'a wyraż $\cos 3\alpha$ przy pomocy $\sin \alpha$ i $\cos \alpha$.
4. Oblicz pierwiastki:

$$\sqrt[4]{-1}$$

$$\sqrt{-i}$$

$$\sqrt{+1+i\sqrt{3}}$$

5. Rozwiąż równanie $z^2 + (3i+1)z + (2i-2) = 0$.

6. Zapisać liczby w postaci wykładniczej.

$$1 - i$$

$$\frac{1}{1+i}$$

7. Oblicz używając postaci wykładniczej:

$$\frac{(\sqrt{3}+i)^5(1-i\sqrt{3})^4}{(\sqrt{3}-i)^7(1+i\sqrt{3})^5}$$

8. Znajdź zbiór punktów na płaszczyźnie zespolonej, taki że $z = 1 - i + e^{it}$, $t \in [0, 2\pi)$.

9. Na bokach AB i AC trójkąta ABC zbudowano, po jego zewnętrznej stronie, kwadraty $ABDE$ i $ACFG$. Punkty M i N są odpowiednio środkami odcinków DG i EF . Wyznacz możliwe wartości wyrażenia $MN : BC$. *Wskazówka: rozważ to zadanie na płaszczyźnie zespolonej. Niech $A = 0$ oraz $C = c$. Wtedy $G = ic$ oraz $F = c + ic$.*