

Algebra dla MSEM 1, 2019/2020

ćwiczenia 4.

15 października 2019

1. Dla danej funkcji $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2$ i zbiorów $A = [-1, 2], B = [1, 4]$, znajdź $f[A]$ i $f^{-1}[B]$.
2. Dla funkcji $f: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x, y) = xy$ i zbiorów $A = (-1, 1] \times [-2, 2), B = [0, 1]$ znajdź $f[A]$ oraz naszkicuj w układzie współrzędnych $f^{-1}[B]$.
3. Niech $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \times \mathbb{R}, f(x) = (|x - 1|, |x + 1|)$. Znajdź $f^{-1}[(1, +\infty) \times (1, +\infty)]$ oraz naszkicuj w układzie współrzędnych $f[\mathbb{R}]$.
4. Dla danych zbiorów A, B udowodnij, że $|A| = |B|$ znajdując bijekcję z A na B lub B na A .
 - a) $A = \mathbb{N}, B = \mathbb{N} \setminus \{2011\}$
 - b) $A = \mathbb{N}, B = \mathbb{N} \cup \{\pi, 2\pi\}$
 - c) $A = (0, 1), B = (0, 1]$,
 - d) $A = (0, 4), B = (0, 1]$,
 - e) $A = (0, 1), B = (0, 1) \cup \mathbb{N}$,
 - f) $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2: x^2 + y^2 \leq 1\}, B = A \setminus \{(0, 0)\}$,
 - g) $A = \mathbb{N}, B = \mathbb{N} \times \mathbb{N}$,
5. Czy prawdą jest, że dla dowolnych zbiorów A, B , jeśli $|A \setminus B| = |B \setminus A|$, to $|A| = |B|$? Odpowiedź uzasadnić.