

Algebra dla MSEM 1, 2019/2020

ćwiczenia 2.

8 października 2019

1. Niech $A_2 = \{n \in \mathbb{N} : \exists k \in \mathbb{N} n = 2k\}$ oraz $A_3 = \{n \in \mathbb{N} : 3|n\}$. Wyznacz $A_2 \cap A_3$.
2. Znajdź sumę i przecięcie dla każdej z następującej rodzin zbiorów:
 - a) $\{\{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$
 - b) $\{\emptyset, \mathbb{N}, \{\frac{n+1}{2} : n \in \mathbb{N}\}\}$
3. Udowodnij, że dla każdego zbioru B , $B = \bigcup \mathcal{P}(B)$
4. Niech $\mathcal{A} = \{\{\emptyset\}, \{\mathbb{N}, \emptyset\}, \{\{7\}, \mathbb{R}, \emptyset\}\}$. Wyznaczyć $\bigcup \mathcal{A}$ oraz $\bigcup \bigcup \mathcal{A}$ i $\bigcap \bigcup \mathcal{A}$.
5. Relację $r, r' \subseteq A^2$ nazywamy przeciwzwrotną, jeśli $\forall a \in A \langle a, a \rangle \notin r$. Czy jeśli $r, r' \subseteq A^2$ są przeciwzwrotne, to $r \cap r'$ oraz $r \cup r'$ też?
6. Udowodnić, że jeśli $r \subseteq r'$ oraz $s \subseteq s'$, to $r \cdot s \subseteq s' \circ r'$.
7. Określ dziedzinę lewostronną i prawostronną oraz pole relacji:
 - a) $r = \{\langle n, 2n \rangle : n \in \mathbb{N}\}$
 - b) s^{-1} , gdzie $s = \{\langle x, x^2 \rangle : x \in [-2, 1]\}$
8. Dla następujących zbiorów: o ile są podzbiorami płaszczyzny, naszkicuj je w układzie współrzędnych. Sprawdź, czy jest funkcją, a jeśli tak, określ dziedzinę i przeciwdziedzinę. Jeśli nie, podaj przykład dwóch par o tych samych poprzednikach i różnych następnikach, należących do tego zbioru.
 - a) $\{\langle x, y \rangle \in \mathbb{R}^2 : x^2 = y^2\}$,
 - b) $\{\langle x, y \rangle \in \mathbb{R}^2 : x = 2^y\}$,
 - c) $\{\langle X, Y \rangle \in (\mathcal{P}(\mathbb{N}))^2 : X \cup Y = \mathbb{N}\}$.
9. Sprawdzić, czy dana funkcja jest różnowartościowa i czy jest „na”. Jeśli nie jest różnowartościowa, podaj przykład dwóch argumentów, które przyjmują te same wartości. Jeśli nie jest „na”, to znajdź R_f .
 - a) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2^x$,
 - b) $f: \mathcal{P}(\mathbb{N}) \setminus \{\emptyset\} \rightarrow \mathbb{N}, f(X) = \min X$.