

Geometria z algebrą liniową II, 2018/2019

ćwiczenia 27.

11 czerwca 2019

1. Udowodnić, że jeśli $p \in H$ jest środkiem hiperpowierzchni X w przestrzeni afinicznej H , to dla każdego izomorfizmu afinicznego $f: H \rightarrow H$, $f(p)$ jest środkiem symetrii $f[X]$.
2. (·) Wypisz i naszkicuj wszystkie typy afiniczne właściwych hiperpowierzchni stopnia 2 w $\mathbb{R}^2$.
3. Wypisz i naszkicuj wszystkie typy afiniczne właściwych hiperpowierzchni stopnia 2 w $\mathbb{R}^3$.
4. Określić typ afiniczny następujących krzywych w $\mathbb{R}^2$.
 - a) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2: x^2 + 5y^2 + 2xy + x - y = 0\}$,
 - b) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2: 4x^2 + 25y^2 + 20xy + 10y + 3 = 0\}$.
5. Określ typ afiniczny krzywej będącej przecięciem hiperpowierzchni

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3: 5x^2 + 9y^2 + 12xy - 4xz - 6yz + 4x + 6y - 2z + 2 = 0\}$$

oraz płaszczyzny opisanej równaniem $2x + 3y - z = -1$.

6. (·) Określić typ afiniczny następujących powierzchni w $\mathbb{R}^3$.
 - a) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3: x^2 - 2z^2 + 2xy - 2yz - 2z = 0\}$,
 - b) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3: -x^2 + y^2 - 3z^2 + 4xz + 2yz + x + 2y + 3z + 4 = 0\}$,
 - c) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3: 2x^2 + 4xy + 2xz - 4yz + 1 = 0\}$.
7. Dla jakich wartości parametru $t \in \mathbb{R}$ hiperpowierzchnie

$$X = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3: 5x^2 + 3y^2 + 6xy + 4xz + 4x + 4z + 8 = 0\}$$

oraz

$$Y = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3: -x^2 + y^2 + (t+2)z^2 - 4y + 2 = 0\}$$

są tego samego typu afinicznego?

8. Ile jest typów afinicznych właściwych hiperpowierzchni stopnia 2 w $\mathbb{R}^n$.
9. (★) Dane jest 5 punktów należących do krzywej właściwej 2-stopnia w $\mathbb{R}^2$. Korzystając tylko z linijki skonstruuj szósty punkt, który także należy do tej krzywej.