

# Geometria z algebrą liniową II, 2018/2019

## ćwiczenia 14.

12 kwietnia 2019

1. Znajdź równanie opisujące płaszczyznę symetryczną do płaszczyzny  $Q : x_1 + x_2 + x_3 = 3$  względem płaszczyzny  $P : x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 6$ .
2. Znajdź odległość punktu  $q = (1, 2, 1, 0)$  od przestrzeni  $H : x_1 - 2x_2 - x_3 + 4x_4 = 6$ 
  - a)  $(\cdot)$  w  $\mathbb{R}^4$  ze standardowym iloczynem skalarnym,
  - b) w  $\mathbb{R}^4$  z iloczynem skalarnym zadany wzorem

$$\langle (x_1, x_2, x_3, x_4), (y_1, y_2, y_3, y_4) \rangle = 2x_1y_1 + x_1y_4 + x_2y_2 + x_4y_1 + 2x_4y_4.$$

3.  $(\cdot)$  W  $\mathbb{R}^3$  ze standardowym iloczynem skalarnym niech będą dane:  $p_0 = (0, 1, 0)$ ,  $v_1 = (1, 1, 0)$ ,  $v_2 = (1, 0, 1)$ ,  $v_3 = (1, 2, 1)$ . Znajdź objętość, pole powierzchni bocznych oraz kąty boków przy wierzchołku  $p_0$ 
  - a) równoległoscianu  $R(p_0; v_1, v_2, v_3)$ ,
  - b) sympleksu  $S = S(p_0, p_0 + v_1, p_0 + v_2, p_0 + v_3)$ .
4. Rozpatrzmy sympleks  $S$  z poprzedniego zadania oraz punkt  $q = (10, 0, 0)$ . Znaleźć w  $S$  i w każdej jego ścianie punkty najbliższe do  $q$ .
5. W  $\mathbb{R}^3$  ze standardowym iloczynem skalarnym niech  $S$  będzie czworościanem o podstawie

$$S((1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1))$$

i wierzchołku  $p$  leżącym na płaszczyźnie  $x_1 = 5$  na okręgu o środku w  $(5, 0, 0)$  i promieniu 1. Dla jakiego  $p$  objętość  $S$  jest największa?

6. W  $\mathbb{R}^2$  ze standardowym iloczynem skalarnym znajdź na paraboli  $x_2^2 = x_1$  punkt leżący najbliżej prostej  $\text{af}((-1, 0), (0, 2))$ .
7.  $(\star)$  Dla  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ , niech  $\|(x, y)\|_1 = |x| + |y|$  oraz  $\|(x, y)\|_\infty = \max(|x|, |y|)$ . Pokazać, że nie istnieją iloczyny skalarne, które generują te normy.