Geometria z algebrą liniową II, 2018/2019
ćwiczenia 6.

15 marca 2019

1. $(\cdot\cdot)$ Znaleźć układ równań liniowych opisujący:

   a) warstwę podprzestrzeni
   $\mathrm{lin}((1,3,0,1),(2,9,4,2)) \subseteq \mathbb{R}^4$ zawierającą wektor $(1,1,-1,2)$,

   b) hiperpłaszczyznę $(1,4,-3,2)+$
   $\mathrm{lin}((1,2,0,-3),(1,4,-2,-3),(0,3,-1,-2))$.

2. Znaleźć układ równań opisujący:

   a) płaszczyznę $M \subseteq \mathbb{R}^3$ przechodzącą przez punkty $(6,1,-3),(1,5,1),(1,8,2)$,

   b) prostą $L \subseteq \mathbb{R}^3$ przechodzącą przez punkty $(1,2,-1),(3,4,2)$.

3. $(\cdot)$ Znaleźć parametryzację:

   a) prostej $L \subseteq \mathbb{R}^3$ przechodzącej przez $(1,1,5),(3,2,4)$,

   b) płaszczyzny $P \subseteq \mathbb{R}^3$ opisanej równaniem $2x_1 + 5x_2 - x_3 = 7$,

   c) hiperpłaszczyzny $H \subseteq \mathbb{R}^4$ opisanej równaniem $x + y - 3z + 2t = 5$.

4. Znaleźć układ równań oraz parametryzację opisujące hiperpłaszczyznę w $\mathbb{R}^4$ przechodzącą przez punkty: $(1,0,1,1),(2,5,3,0),(2,2,1,1),(0,1,2,3)$.

5. Znaleźć bazę punktową oraz parametryzację płaszczyzny w $\mathbb{R}^4$ przechodzącej przez punkt $(3,1,2,1)$ oraz równoległej do:
$$H : \begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = 2 \\ 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 + x_4 = 3 \end{cases}$$

6. $(\star)$ Niech x, y, z będą punktami w przestrzeni afinicznej oraz niech $d = ay + (1-a)z$, $e = bz + (1-b)x$, $f = cx + (1-c)y$ są takie, że punkt proste $\mathrm{af}(y,e)$, $\mathrm{af}(z,f)$ przecinają się w punkcie $p = kx + (1-k)d$ dla pewnych $a, b, c, k \in K$. Udowodnij, że
$$\frac{|1-b|}{|b|} + \frac{|c|}{|1-c|} = \frac{|k|}{|1-k|}.$$