

Geometria z algebrą liniową II, 2020/2021

ćwiczenia 20.

14 maja 2021

- ($\cdot\cdot$) Znaleźć układ równań liniowych opisujący:
 - warstwę podprzestrzeni $\text{lin}((1, 3, 0, 1), (2, 9, 4, 2)) \subseteq \mathbb{R}^4$ zawierającą wektor $(1, 1, -1, 2)$,
 - hiperpłaszczyznę $(1, 4, -3, 2) + \text{lin}((1, 2, 0, -3), (1, 4, -2, -3), (0, 3, -1, -2))$.
- Znaleźć układ równań opisujący:
 - płaszczyznę $M \subseteq \mathbb{R}^3$ przechodzącą przez punkty $(6, 1, -3), (1, 5, 1), (1, 8, 2)$,
 - prostą $L \subseteq \mathbb{R}^3$ przechodzącą przez punkty $(1, 2, -1), (3, 4, 2)$.
- ($\cdot$) Znaleźć parametryzację:
 - prostej $L \subseteq \mathbb{R}^3$ przechodzącej przez $(1, 1, 5), (3, 2, 4)$,
 - płaszczyzny $P \subseteq \mathbb{R}^3$ opisanej równaniem $2x_1 + 5x_2 - x_3 = 7$,
 - hiperpłaszczyzny $H \subseteq \mathbb{R}^4$ opisanej równaniem $x + y - 3z + 2t = 5$.
- Znaleźć bazę punktową oraz parametryzację płaszczyzny w $\mathbb{R}^4$ przechodzącej przez punkt $(3, 1, 2, 1)$ oraz równoległej do:
$$H : \begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = 2 \\ 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 + x_4 = 3 \end{cases}$$
- Niech $M \subseteq \mathbb{R}^4$ będzie opisana równaniem $x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 3$ oraz niech $p = (2, 4, 3, 0)$. Dla poniższych układów punktów sprawdzić, czy jest to baza punktowa M , a jeśli tak, podać współrzędne punktu p .
 - $(1, 1, -1, 0), (1, 0, -1, -1), (3, 0, 0, 0), (0, 0, -1, -2)$,
 - $(2, 2, 0, 1), (0, 0, -3, 0), (1, 1, -1, 0), (3, 3, 0, 3)$.
- W $\mathbb{R}^3$ znaleźć prostą L przechodzącą przez punkt $p = (2, 1, 4)$ i przecinającą proste $L_1 = (0, 1, 1) + t(1, -1, 1)$ oraz $L_2 = (2, 0, 1) + t(1, 3, 0)$.
- Niech $p_0, \dots, p_n$ będzie bazą punktową przestrzeni afinicznej H . Wykaż, że jeśli $p \in H$ ma w bazie punktowej współrzędne $a_0, \dots, a_n$, to p ma w układzie bazowym $p_0; \overrightarrow{p_0p_1}, \dots, \overrightarrow{p_0p_n}$ współrzędne $a_1, \dots, a_n$.
- Udowodnić, że niepusty podzbiór H przestrzeni afinicznej E jest podprzestrzenią afiniczną wtedy i tylko wtedy, gdy dla dowolnych $p_1, p_2, p_3 \in H$, $\text{af}(p_1, p_2, p_3) \subseteq H$.
- ($\star$) Dla jakich ciał K w poprzednim zadaniu można zastąpić $\text{af}(p_1, p_2, p_3) \subseteq H$ przez $\text{af}(p_1, p_2) \subseteq H$?
- Czy podprzestrzenie $\text{af}((0, 1, 1), (0, 1, 2), (1, 1, 1))$ oraz $\text{af}((2, 1, 1), (0, 1, 0), (2, 1, 2))$ przestrzeni K^4 są równoległe?