

Geometria z algebrą liniową I, 2019/2020

ćwiczenia 23.

20 grudnia 2019 lub 9 stycznia 2020

1. (·) Oblicz wyznaczniki następujących macierzy:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & 5 & -1 \\ 2 & 6 & -4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 5 & 4 \end{bmatrix}.$$

2. Niech $A = \begin{bmatrix} 1 & r & 1 & 0 \\ 0 & 1 & r & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Dla jakich wartości parametru $r \in \mathbb{R}$ zachodzi $\det A = 1$?

3. Obliczyć wyznacznik macierzy $\begin{bmatrix} 3 & 4 & 2 & 2 \\ 4 & 5 & 6 & 5 \\ 2 & 3 & 6 & 0 \\ 8 & 7 & 10 & 18 \end{bmatrix}$, sprowadzając je do postaci trójkątnej.

4. Obliczyć wyznacznik macierzy

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 6 & 5 & -1 \\ -1 & 0 & 2 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 4 & 9 & 11 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}.$$

5. (·) Niech:

$$A = \begin{bmatrix} s & 1 & 5 & 0 & 13 & -23 & 0 & -7 & -9 \\ 0 & -3 & 0 & 0 & -99 & 7 & -2 & 3 & 62 \\ -2 & 2 & s & 1 & 0 & 5 & 21 & -12 & 7 \\ 3 & 1 & 4 & -1 & 33 & -2 & 4 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 2 & 5 & -11 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -6 & -9 & 15 & s \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 4 & 17 & 13 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 10 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Oblicz $\det 2A^2$ w zależności od $s \in \mathbb{R}$.

6. (★). Niech $a, d \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}$. Oblicz wyznacznik macierzy:

$$\begin{bmatrix} a & a+d & a+2d & \dots & a+nd \\ a+d & a & a+d & \dots & a+(n-1)d \\ a+2d & a+d & a & \dots & a+(n-2)d \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a+nd & a+(n-1)d & a+(n-2)d & \dots & a \end{bmatrix}.$$