

Geometria z algebrą liniową I, 2019/2020

ćwiczenia 9.

31 października lub 5 listopada 2019

1. Znaleźć bazę i wymiar przestrzeni liniowej $\text{lin}((1, 2, 0, 1), (2, 1, 3, 3), (0, -3, 3, 1), (3, 4, 3, 4))$.
2. Znaleźć bazę i wymiar podprzestrzeni opisanej następującym układem równań.
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 0 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$$
3. (·) Opisać przestrzeń $\text{lin}((1, 2, 1, 3), (2, 5, 2, 7), (1, 3, 1, 4))$ układem równań liniowych.
4. Dla jakich wartości $t \in \mathbb{R}$ podprzestrzeń $\text{lin}((1, 2, 1), (2, 5, 3), (1, 3, t))$ daje się opisać jednym niezerowym równaniem? Znaleźć to równanie.
5. Znaleźć współrzędne wektora $(1, 8, 10, 10)$ w bazie $(1, 2, 3, 1), (2, 1, 3, 3), (-1, 1, 0, -1), (0, 0, 1, 2)$
6. Rozpatrzmy następujące wektory przestrzeni $\mathbb{R}^3$: $\alpha_1 = (3, 2, 1), \alpha_2 = (7, 3, 1), \alpha_3 = (4, 2, 1), \beta_1 = (0, 2, 1), \beta_2 = (1, 1, 2), \beta_3 = (1, 0, 0)$.
 - wykazać, że $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ jest bazą przestrzeni $\mathbb{R}^3$ i znaleźć współrzędne wektorów $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ w tej bazie,
 - podać przykład takiej bazy, że wektor β_1 ma w niej współrzędne $1, 1, 0$, a wektor β_2 współrzędne $0, 0, 1$.
7. Znaleźć bazę i wymiar przestrzeni rozpiętej przez wektory $(3, 2, 1, 1), (5, 0, 2, 3), (4, 1, 4, 5), (4, 1, -1, -1)$.
8. Opisać tę podprzestrzeń układem równań.
9. Znaleźć bazę i wymiar przestrzeni rozwiązań następującego układu równań.
$$\begin{cases} 5a + 10b + 6c + 3d = 0 \\ 2a + 4b + 4c + 3d = 0 \\ 3a + 6b + 5c + 5d = 0 \end{cases}$$
10. Znaleźć współrzędne wektora $(5, 0, 0)$ w bazie zadanej wektorami $(1, 2, -1), (1, 0, 2), (0, 1, 1)$.
11. Niech W będzie podprzestrzenią opisaną układem równań:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 + x_5 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 - x_5 = 0 \end{cases}$$
Znajdź bazę przestrzeni W i uzupełnij ją do bazy przestrzeni $\mathbb{R}^5$.
12. (·) Podać przykład takiej bazy przestrzeni $\mathbb{R}^3$, że wektor $(1, 2, 3)$ ma w niej współrzędne $3, 1, 2$.
13. (★) Niech V będzie przestrzenią liniową nad ciałem $\mathbb{Z}_p$ o skończonej liczbie wektorów n . Znajdź wszystkie możliwe dzielniki liczby n .