

Wszechświat liczb

2. Galaktyka wymierna

Matematyka wyborcza – proporcjonalność

skrypt warsztatowy

spisał: Michał Korch

6 maja 2017

Na rozgrzewkę!

Na pirackim statku znajduje się skarb złożony z 10 dukatów (dukaty są niepodzielne). Na statku jest też 5 piratów: Alojzy, Bonifacy, Cezary, Dionizy i Eustachy. Hersztem bandy jest zawsze osoba o pierwszym imieniu w kolejności alfabetycznej. Piraci dzielą skarb pomiędzy siebie następującą piracko-demokratyczną metodą. Herszt bandy proponuje podział i ten podział jest głosowany. Jeśli za jest większość (ponad połowa) piratów, podział dochodzi do skutku. W przeciwnym wypadku, herszt jest wyrzucany do rekinów za burtą, kolejny pirat zostaje hersztem i procedura zaczyna się od początku w mniejszym gronie. Każdy pirat chce zyskać możliwie dużo, ale jeśli nie ma to wpływu na zysk, każdy zagłosuje tak, żeby herszt został wyrzucony za burtę. Każdy pirat również woli nie dostać ze skarbu niż wylądować za butrą. Jaki podział skarbu zaproponuje herszt Alojzy?

Wskazówka: Gdyby na statku byli tylko Dionizy i Eustachy, hersztem byłby Dionizy. Cokolwiek zaproponuje, Eustachy zagłosuje przeciw i wyrzuci go zgodnie z zasadami na burtę, bo przecież zostając sam będzie miał cały skarb. Pomyśl, co, wiedząc o tym, zaproponuje Cezary, jeśli na statku byłiby Cezary, Dionizy i Eustachy.

Metoda d'Hondta

W okręgu wyborczym oddano 31200 głosów. Do przydzielenia jest 5 mandatów w sejmie. Mandaty rozdzielono metodą d'Hondta (metoda z dzieleniem liczby głosów przez kolejne liczby naturalne). W wyborach startowały 4 partie: Alchemików, Botaników, Cyników i Domokrażców.

- partie osiągnęły następujące liczby głosów: A: 12000, B: 8000, C: 7000, D: 4200. Ile mandatów zdobyły poszczególne komitety w tym okręgu? Jakie wady związane z naruszeniem proporcjonalności dostrzegasz w tym wyniku?
- a jakie wyniki byłyby, gdyby 700 wyborców partii Botaników zagłosowało jednak na Alchemików. Kto straci, a kto zyska mandat?

Porównanie

Porównaj metody d'Honta (metoda z dzieleniem liczby głosów przez kolejne liczby naturalne) oraz rozszerzoną metodę Sainte-Laguë (metoda z dzieleniem przez 1, 4 oraz 3, 5, 7, ...) na następującym przykładzie. W okręgu oddano 45000 głosów i było do zdobycia 9 mandatów. Startowało 7 partii i osiągnęły one następujące wyniki:

Ekranizatorzy	12000
Fundriserzy	11500
Gawędziarze	7500
Histerycy	6000
Ideowcy	4000
Jałmużnicy	2200
Kabareciarze	1800

Ile mandatów zdobyłyby poszczególne komitety, jeśli mandaty przydzielane byłyby pierwszą metodą? Ile jeśli drugą? Jakie są różnice i jakie widzisz niedoskonałości w tych metodach? Która jest lepsza dla dużych partii?

Wskazówka: Użyj kalkulatora. :P

Największe reszty

W wyborach w 1991 roku zastosowano jeszcze inną metodę – metodę największych reszt. Polega ona na tym, że najpierw liczymy liczbę $P = \frac{\text{liczba oddanych głosów}}{\text{liczba mandatów do zdobycia}}$. Następnie każdy komitet dostaje tak zwane „całościowe mandaty” w liczbie:

$$\left\lfloor \frac{\text{liczba głosów na dany komitet}}{P} \right\rfloor$$

(ten symbol znaczy zaokrąglenie w dół). Pozostałe dostępne mandaty są przydzielane komitetom w kolejności reszt z tego dzielenia (liczby oddanych głosów przez P) – od największej do najmniejszej. Ile mandatów zdobyłyby poszczególne komitety w sytuacji z poprzedniego zadania, gdyby mandaty przydzielano tą metodą?

Wasza metoda

Założmy, że właśnie zakładacie swoje państwo. Co można zrobić, żeby wybory były możliwie proporcjonalne? Jakie pomysły przychodzą Wam do głowy?