

Analiza matematyczna 2, 2016/2017

ćwiczenia 2.

28 luty 2017

1. Korzystając z kryterium Cauchy'ego zbadaj zbieżność szeregu:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}.$$

2. Korzystając z kryterium Leibniza zbadaj zbieżność szeregu:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}.$$

3. Zbadaj, dla jakich wartości $x \in \mathbb{R}$, szereg:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n},$$

jest zbieżny, a dla jakich rozbieżny?

4. Zbadaj zbieżność szeregu:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[n]{n}},$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n(3^n + 1)},$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{3^n \cdot n!},$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{2^n},$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!},$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{2n+1}}.$$

5. Zbadaj zbieżność szeregu oraz sprawdź, czy jest on zbieżny bezwzględnie:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2 \cdot e^n},$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt[3]{n+1}},$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \sqrt[n]{n}}{n}.$$

6. Oblicz sumę szeregu:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 + 2^n + 3^n}{4^n}.$$

Zadania domowe

1. Korzystając z kryterium porównawczego wykaż, że szereg $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 - 1}$ jest zbieżny. Policz jego sumę.
2. Zbadaj zbieżność szeregu oraz sprawdź, czy jest on zbieżny bezwzględnie:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos((n+1)\pi)}{n \cdot 5^n}.$$