

Analiza matematyczna, 2016/2017

ćwiczenia 16.

27 stycznia 2017

Zadania

1. Udowodnić, że funkcja $f(x) = \frac{1}{x}$ nie jest jednostajnie ciągła na przedziale $(0, \infty)$.
2. Udowodnić, że funkcja $g(x) = x^2$ jest jednostajnie ciągła na przedziale $(-1, 1)$.
3. Zbadać ciągłość i różniczkowalność funkcji:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \in (-\infty, 1) \\ x & x \in [1, \infty) \end{cases}.$$

4. Udowodnić wzór:

$$\sinh(x + y) = \sinh x \cosh y + \sinh y \cosh x.$$

5. Zbadać zbieżność ciągu:

$$a_n = \frac{9^{\log_3 n}}{4^{\log_2 n}}$$
$$b_n = \cos \frac{n\pi}{4}$$

6. Korzystając z Tw. Lagrange'a udowodnij, że:

$$|\arctg x - \arctg y| \leq |x - y|.$$

7. Korzystając z warunku Cauchy'ego zbadać zbieżność ciągu:

$$a_n = \frac{\sin 1!}{2^1} + \dots + \frac{\sin n!}{2^n}.$$