

1. Uprość sumę:

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \frac{2^k}{k+1}.$$

2. Rozstrzygnij, ile końcowych zer w zapisie dziesiętnym ma liczba $11^{50} - 1$.

3. Znajdź liczbę ciągów długości n złożonych z zer i jedynek, takich że liczba jedynek na pozycjach o numerach podzielnych przez 3 jest równa liczbie zer na pozycjach o numerach niepodzielnych przez 3.

4. Udowodnij Twierdzenie o Dwumianie dla wykładników całkowitych ujemnych:

$$(1+x)^{-r} = \sum_{i \geq 0} \binom{-r}{i} x^i \text{ dla } r \in \mathbb{N} \text{ i } |x| < 1.$$

5. Uprość sumę:

$$\sum_{1 \leq i < j \leq m} \sum_{1 \leq k, l \leq n; k+l \leq n} \binom{n}{k} \binom{n-k}{l} (j-i-1)^{n-k-l} \text{ dla } m, n > 0.$$