

A.

Podaj przykład grafu $4n$ -wierzchołkowego, którego grupa automorfizmów ma rząd

- a) $4^n(2n)!$,
- b) $2((2n-1)!)^2$.

B.

Zbiór punktów stałych elementu $g \in G$ definiujemy jako $X_g = \{x \in X : gx = x\}$.

Lemat Burnside'a:

Liczba orbit = średnia liczba punktów stałych = $\frac{1}{|G|} \sum_{g \in G} |X_g|$.

Indeks cyklowy: $I_G(x_1, \dots, x_n) = \frac{1}{|G|} \sum_{g \in G} x_1^{g_1} \cdots x_n^{g_n}$, gdzie g_i to liczba cykli długości i w permutacji g .

Niech G będzie grupą izometrii sześciokąta foremnego, a H jest podgrupą składającą się z obrotów.

Rozważmy kolorowania wierzchołków wielokąta dwoma kolorami.

- a) Znajdź dwa kolorowania, które nie są H -równoważne, a są G -równoważne.
- b) Znajdź wszystkie klasy abstrakcji relacji H - i G -równoważności.
- c) Znajdź liczby takich klas z lematu Burnside'a.
- d) Znajdź indeksy cyklowe G i H oraz liczby odpowiednich klas.
- e) Znajdź liczbę nierównoważnych kolorowań względem działania H , w których i wierzchołków jest pomalowanych jednym kolorem a $6-i$ drugim dla $i \in \{0, \dots, 3\}$.

C.

Znajdź liczbę istotnie różnych sposobów pomalowania krawędzi grafu składającego się z kwadratu, którego każdy wierzchołek jest wierzchołkiem jednego z czterech dodatkowych trójkątów, z użyciem dwóch kolorów. Utożsamiamy takie kolorowania, że jedno przechodzi na drugie przy pewnym automorfizmie grafu.

Wskazówka. żeby rozwiązać to zadanie nie trzeba obliczać indeksu cyklowego działania grupy automorfizmów grafu na zbiorze jego krawędzi.