

A.

Niech $G = (V_1, V_2, E)$ będzie grafem dwudzielnym z $|V_1| = m \leq |V_2| = n$, w którym każdy wierzchołek z V_1 ma stopień r , a każdy wierzchołek z V_2 spełnia warunek $r - n + m \leq \deg(v) \leq r$.

Wtedy G jest sumą r krawędziowo rozłącznych skojarzeń.

B.

Mamy dany prostokąt $r \times s$ liczb ze zbioru $\{1, \dots, n\}$ taki, że w żadnym wierszu, ani w żadnej kolumnie liczby się nie powtarzają. Niech $L(j)$ oznacza liczbę wystąpień liczby j w tym prostokącie. Udowodnij, że ten prostokąt można rozszerzyć do kwadratu łacińskiego $n \times n$ wtedy i tylko wtedy, gdy $L(j) \geq r + s - n$ dla każdego $j \in \{1, \dots, n\}$.