

A.

Rozważmy zachłanną heurystykę znajdowania średnicy w grafie: BFS startujący z dowolnie wybranego wierzchołka s znajduje najodleglejszy od niego wierzchołek u . BFS startujący z u znajduje najodleglejszy od niego wierzchołek v . Wierzchołki u i v stanowią końce średnicy.

Czy ta heurystyka jest poprawna

- a) dla drzewa,
- b) dla dowolnego grafu spójnego ?

B.

Czy z tego, że dla każdego $S \subset V(G)$ liczba spójnych składowych grafu $G \setminus S$ jest nie większa niż $|S|$, wynika, że G jest hamiltonowski ?

C.

Domknięcie $|G|$ grafu n -wierzchołkowego G to graf powstający z G przez sukcesywne dodawanie krawędzi (x, y) dla każdej pary niepołączonych wierzchołków x i y , których suma stopni jest $\geq n$.

Udowodnij, że G jest hamiltonowski wtedy i tylko wtedy, gdy jego domknięcie $|G|$ jest hamiltonowskie.

D.

Turniej jest 2-przechodni jeśli dla każdej pary jego wierzchołków v, w istnieje zorientowana ścieżka od v do w długości co najwyżej 2.

Udowodnij, że n -wierzchołkowy turniej 2-przechodni istnieje wtedy i tylko wtedy, gdy liczba naturalna n jest różna od 2 i 4.

E.

Wierzchołki grafu G_n to wszystkie liczby złożone ze zbioru $\{1, \dots, n\}$, a para (i, j) jest krawędzią wtedy i tylko wtedy, gdy $i \perp j$. Rozstrzygnij, czy graf G_{1000} jest

- a) hamiltonowski,
- b) eulerowski.