

Zadania z algebry liniowej, 15.03.2019

1. Znaleźć postać Jordana macierzy:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 7 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

2. Znaleźć postać Jordana i bazę Jordana endomorfizmu $\varphi : R^4 \rightarrow R^4$ zadanego wzorem: w $\varphi(x_1, x_2, x_3, x_4) = (2x_1, x_1 + 2x_2, x_1 + 2x_3 + 5x_4, x_1 + x_2 + x_4)$.

3. Dla macierzy $A \in M_{3 \times 3}(R)$ obliczyć A^m dla $m \in N$

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 2 \\ -1 & 7 & 1 \\ -1 & 1 & 7 \end{bmatrix}$$

4. Dla jakich wartości $r \in R$ następujące macierze $A_1, A_2 \in M_{4 \times 4}(R)$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ r & 0 & 5 & -3 \\ r & 0 & 3 & -1 \end{bmatrix} \quad A_2 = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \text{ są podobne?}$$

5. Niech A będzie nieosobliwą $n \times n$ macierzą zespoloną. Udowodnić, że równanie macierzowe $X^2 = A$ ma rozwiązanie.