

Zadania z algebry liniowej, 11.01.2019

1. Niech

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

oraz

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

Znaleźć wyznacznik macierzy $C = A^4 B^{-7}$ oraz macierzy $D = A^T(5B)$.2. Obliczyć wyznacznik macierzy $n \times n$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & n & n & \dots & n \\ n & 2 & n & \dots & n \\ n & n & 3 & \dots & n \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ n & n & n & \dots & n \end{bmatrix}$$

3. Niech $\varphi : R^4 \rightarrow R^3$ i $\phi_t : R^3 \rightarrow R^4$ będą przekształceniami liniowymi zadanymi wzorami $\varphi(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 + x_3 - x_4, x_1 + x_2 - x_4, x_2 - x_3 + 2x_4)$ i $\phi_t(x_1, x_2, x_3) = (tx_1 + x_2, -x_1 - x_2 - x_3, x_2 + 2x_3, x_1 - x_2 - x_3)$.

- Uzasadnić, że dla żadnej wartości parametru t przekształcenie $\phi_t \circ \varphi$ nie jest izomorfizmem.

- Dla jakich t , $\varphi \circ \phi_t$ jest izomorfizmem liniowym.

- Znaleźć macierz w bazach standardowych przekształcenia odwrotnego do izomorfizmu $\varphi \circ \phi_0$.

4. Pokaż, że wyznacznik macierzy $n \times n$, która na przekątnej ma zera a poza przekątną jedyńki wynosi $(-1)^{n-1} \cdot (n-1)$.

5. Niech A będzie $n \times n$ macierzą o wyrazach 1 lub -1 . Udowodnić, że $\det(A)$ jest liczbą całkowitą podzieloną przez 2^{n-1} .