

Topology Seminar, University of Warsaw, July 5, 2016.

Author(s):

Józef H. Przytycki (George Washington University and University of Gdańsk),

Title: Does Khovanov homology lead to wedges of spheres?

Tytuł: Czy skrajne homologie Howanowa prowadzi do bukietu sfer?

Co-author: Marithania Silvero (University of Barcelona)

Abstract. It has been proven in [GMS] that extreme Khovanov homology, that is homology corresponding to the Kauffman bracket grading $cr(D) + 2|D_{s+}|$ or $-cr(D) - 2|D_{s-}|$, is isomorphic to the reduced homology of the independence simplicial complex obtained from a bipartite circle graph constructed from a link diagram (so called Lando graph of a link). In this talk we conjecture that this simplicial complex is always homotopy equivalent to a wedge of spheres. In particular, this homotopy type is a link invariant. We prove the conjecture in many special cases and find it convincing to generalize conjecture to every circle graph (intersection graph of chords in a circle). As suggested by M.Adamaszek, we prove that for a permutation graph the conjecture hold. We demonstrate how, for any finite wedge of spheres (in non-connected case we assume that all but one components are isolated points), to find a permutation graph G with I_G of its homotopy type. We modify our construction to show, in particular, that for any $n \geq 1$ and $k \geq 0$ there is a Lando graph G with its independence simplicial complex, I_G , homotopy equivalent to $S^{n+k} \vee S^{2n-1+k}$. We also show that for non-negative integers m, n, k there is a Lando graph G such that I_G is homotopy equivalent to

$$S^{2m+2n+k} \vee S^{m+2n+1+k} \vee S^{m+n+1+k}.$$

Another family of bipartite circle graphs, again suggested by Adamaszek, have non-nested chords on one side of the circle. We prove that for this family (and its small generalizations) the conjecture holds. We give several other examples supporting wedge of spheres conjectures, but full conjectures are still open.

It is a joint project with Marithania Silvero (University of Barcelona)

[GMS] J.González-Meneses, P.M.G.Manchón, M.Silvero, A geometric description of the extreme Khovanov cohomology, e-print: arXiv:1511.05845 [math.GT]

Seminarium Topologiczne Uniwersytetu Warszawskiego, 5 lipca, 2016

Tytuł: Czy skrajne homologie Howanowa prowadzą do bukietu sfer?

Współ-autor: Marithania Silvero (Uniwersytet Barceloński)

Streszczenie

W poszukiwaniu geometrycznej realizacji homologii Howanowa (Khovanova) autorzy [GMS] pokazali, że skrajne homologie Howanowa, tzn. homologie odpowiadające gradacji $cr(D) + 2|D_{s+}|$ (lub $-cr(D) - 2|D_{s-}|$) stanów Kauffmana, można otrzymać jako zredukowane homologie kompleksu symplecjoidalnego otrzymanego z dwudzielnego grafu okręgu otrzymanego z diagramu splotu (tak zwany graf Lando). Na wykładzie omawiać będziemy hipotezę (sformułowaną przez nas w sierpniu 2015), że typ homotopijny kompleksu symplecjoidalnego niezależności dwudzielnego grafu okręgu ma zawsze typ homotopijny bukietu sfer. W szczególności ten typ homotopijny jest niezmiennikiem splotów. Wykazujemy naszą hipotezę w wielu szczególnych przypadkach i znajdujemy to naturalnym by uogólnić hipotezę do wszystkich grafów okręgu (grafów przecięcia cięciw okręgu). Jak zasugerował Michał Adamaszek, dowodzimy hipotezy dla grafów permutacyjnych. Pokazujemy także jak dla dowolnego skończonego bukietu sfer (jesli bukiet jest niespójny to zakładamy, że wszystkie, poza jedną, składowe są punktami izolowanymi). Modyfikujemy także naszą konstrukcję by pokazać, że, w szczególności, dla $n \geq 1$ oraz $k \geq 0$ istnieje graf Lando G taki, że I_G ma typ homotopijny $S^{n+k} \vee S^{2n-1+k}$. Pokazujemy też, że dla nieujemnych liczb całkowitych, m, n, k istnieje graf Lando G taki, że I_G jest homotopijnie równoważne

$$S^{2m+2n+k} \vee S^{m+2n+1+k} \vee S^{m+n+1+k}.$$

Inna rodzina grafów także zasugerowana przez Adamaszka to dwudzielne grafy okręgowe które z jednej strony mają niezagnieżdżone cięciwy. Pokazujemy, że dla tej rodziny (i jej pewnego uogólnienia) hipoteza o bukiecie sfer zachodzi. Pokazujemy wiele innych przykładów dla których hipoteza jest spełniona, jakkolwiek pełna hipoteza o bukiecie sfer jest ciągle otwarta.

[GMS] J.González-Meneses, P.M.G.Manchón, M.Silvero, A geometric description of the extreme Khovanov cohomology, e-print: arXiv:1511.05845 [math.GT]